

Indukcja, równania Maxwella i fale elektromagnetyczne

Zmienne pole magnetyczne wytwarza pole elektryczne, a zmienne pole elektryczne magnetyczne. Na pierwszym z tych zjawisk opierają się prądnice, transformatory i każda ładowarka indukcyjna; drugie dopisał Maxwell, żeby równania nie przeczyły zachowaniu ładunku. Razem dają cztery równania, z których wynika, że pole może oderwać się od ładunków i biec przez próżnię z prędkością światła. Światło jest falą elektromagnetyczną, a fala niesie energię i pęd.

CZAS

ok. 4,5 h teorii +
ok. 5 h zadań

ZADANIA

25 zadań w treści
+ 8
feynmanowskich,
z odpowiedziami

ŹRÓDŁO

Feynmana
wykłady z fizyki, t.
II, rozdz. 16–18,
20, 21, 27

W TYM DZIALE

- 0 Prolog: prąd, który płynie tylko przez chwilę
- 1 Prawo indukcji Faradaya
- 2 Indukcyjność, transformator i obwód LC
- 3 Równania Maxwella
- 4 Fale elektromagnetyczne
- 5 Energia i pęd pola
- 6 Metoda i przykłady rozwiązane
- 7 Błędne intuicje
- 8 Zadania feynmanowskie
- 9 Sprawdź się
- 10 Karta wzorów i co dalej

Prolog: prąd, który płynie tylko przez chwilę

Po odkryciu Ørsteda wielu badaczy szukało zjawiska odwrotnego: skoro prąd wytwarza magnetyzm, to może magnes wytworzy prąd? Magnesy kładziono obok zwojów drutu i nic się nie działo. 29 sierpnia 1831 r. Michael Faraday nawinął dwie cewki na żelazny pierścień. Gdy włączał prąd w pierwszej, igła galwanometru podłączonego do drugiej drgnęła i wróciła do zera; przy wyłączaniu drgnęła w przeciwną stronę. Prąd indukował się tylko wtedy, gdy coś się **zmieniało**. Dwa miesiące później (28 października) Faraday zbudował pierwszą prądnicę: miedzianą tarczę obracającą się między biegunami magnesu. (FLP II-16-1)

Trzydzieści lat później James Clerk Maxwell zebrał wszystkie znane prawa elektryczności i magnetyzmu w układ równań, zauważył, że jest on sprzeczny z zachowaniem ładunku, i naprawił go jednym wyrazem. Z poprawionych równań wynikały fale biegnące z prędkością $1/\sqrt{\mu_0\epsilon_0}$. Tę wielkość zmierzili wcześniej Weber i Kohlrausch (1856), porównując elektrostatyczną i elektromagnetyczną jednostkę ładunku przy rozładowaniu butelki lejdejskiej; wynik, ok. $3,1 \cdot 10^8$ m/s, był bliski zmierzonej prędkości światła. Maxwell napisał (1862), że trudno uniknąć wniosku, iż światło polega na poprzecznych drganiach tego samego ośrodka, który jest przyczyną zjawisk elektrycznych i magnetycznych. Ośrodek okazał się zbędny (część 7), ale wniosek przetrwał: światło jest falą elektromagnetyczną. (FLP II-18-5)

Pytanie na start. Dlaczego transformator nie działa na prąd stały, a ładowarka indukcyjna telefonu musi pracować z prądem o częstotliwości ponad 100 kHz? Odpowiedź w części 2.

Prawo indukcji Faradaya

Strumień pola magnetycznego przez powierzchnię rozpiętą na obwodzie to $\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$ (jednostka: weber, $1 \text{ Wb} = 1 \text{ T} \cdot \text{m}^2$). Faraday odkrył, że siła elektromotoryczna w obwodzie zależy tylko od tempa zmian tego strumienia, niezależnie od tego, czy zmienia się on dlatego, że obwód się porusza, czy dlatego, że zmienia się pole. (FLP II-17-1)

⚡ PRAWO · INDUKCJI FARADAYA

$$\mathcal{E} = \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt}, \quad \nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}.$$

Znak minus to **reguła Lenza**: indukowany prąd płynie tak, by jego pole magnetyczne przeciwdziało zmianie strumienia. Gdyby było odwrotnie, każda zmiana by się sama wzmacniała i dostalibyśmy energię z niczego. Dla cewki o N zwojach $\mathcal{E} = -N d\Phi/dt$.

Za tym jednym prawem stoją dwa różne mechanizmy. Gdy przewód **porusza się** w stałym polu, na jego elektrony działa siła Lorentza $q\vec{v} \times \vec{B}$ (Dział 15: Prąd i pole magnetyczne): to ona pcha ładunki wzdłuż przewodu. Gdy obwód stoi, a **pole się zmienia**, siły magnetycznej $q\vec{v} \times \vec{B}$ nie ma

(ładunki stoją), a ładunki pcha pole elektryczne wytworzone przez zmienne pole magnetyczne. To pole jest wirowe, nie ma potencjału: jego cyrkulacja nie jest zerowa. Feynman podkreśla, że to, iż oba mechanizmy dają ten sam wzór, jest głęboką wskazówką (wyjaśnia ją teoria względności), a w kilku sytuacjach, np. w tarczy Faradaya, „reguła strumienia” zawodzi i trzeba wrócić do $\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$. (FLP II-17-2)

SYMULACJA 1 Pręt przesuwany po szynach w polu magnetycznym zamyka obwód z opornikiem. Siła elektromotoryczna BLv napędza prąd, a siła BIL hamuje pręt. Porównaj moc, którą wkładasz, z mocą cieplną, i zobacz, jak pchnięty pręt zwalnia.



— pole B (od widza) (x) — prąd indukowany — siła hamująca

$\varepsilon = BLv$ 0,200 V

prąd $I = \varepsilon/R$ 2,000 A

siła hamująca BIL 0,200 N

moc mechaniczna Fv 0,400 W

moc cieplna I^2R 0,400 W

Pręt wraz z szynami i opornikiem tworzy obwód, którego pole powierzchni rośnie, więc rośnie strumień. Indukowany prąd płynie tak, by jego pole przeciwdziałało tej zmianie (reguła Lenza), a siła BIL hamuje pręt. Moc, którą wkładasz, ciągnąc, równa się dokładnie mocy cieplnej w oporniku.

Stan na rysunku: pręt o długości 20 cm i masie 50 g, $B = 0,50$ T, $R = 0,10$ Ω , $v = 2,00$ m/s; $\varepsilon = 0,200$ V, $I = 2,000$ A, siła hamująca 0,200 N.

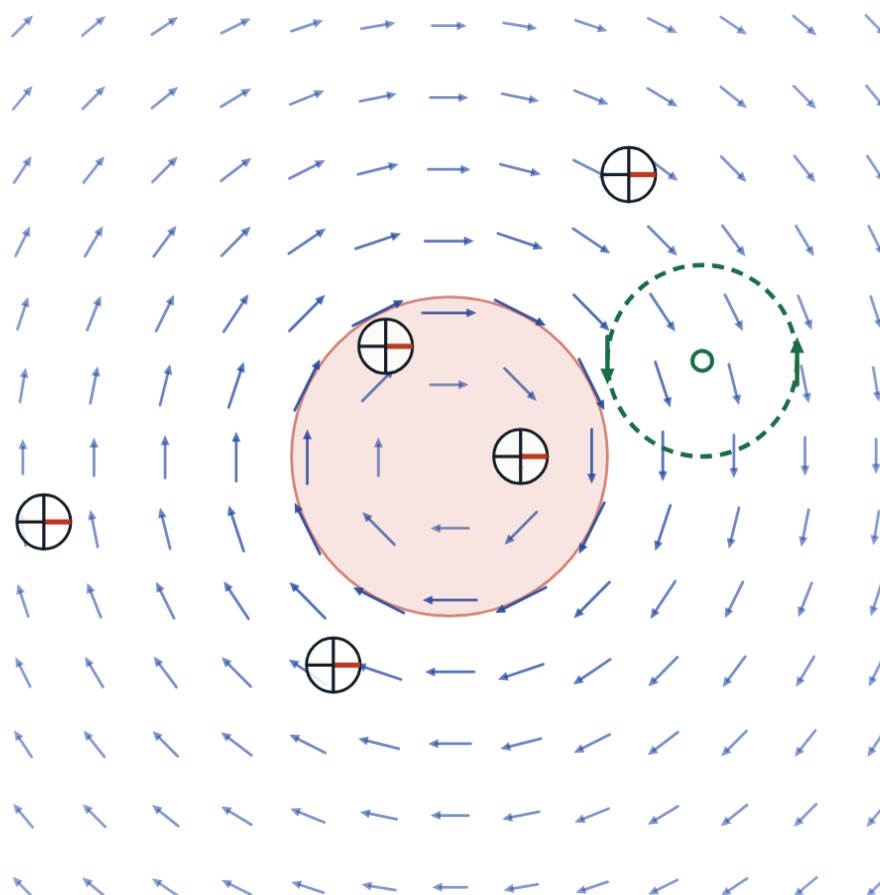
Prądnica: ramka o N zwojach i polu A obracana z prędkością kątową ω w polu B ma strumień $NBA \cos \omega t$, więc siłę elektromotoryczną $\mathcal{E} = NBA\omega \sin \omega t$: napięcie przemienne. Prawie każda elektrownia (poza fotowoltaiczną), od wodnej po jądrową, kręci w ten sposób magnesami we wnętrzu cewek. Silnik elektryczny to prądnica pracująca odwrotnie; obracający się silnik też wytwarza siłę elektromotoryczną, przeciwną do zasilającej, dlatego przy rozruchu, gdy jeszcze się nie kręci, pobiera największy prąd. (FLP II-17-5)

⚠ PUŁAPKA · POLE INDUKOWANE NIE JEST ELEKTROSTATYCZNE

Indukowane pole elektryczne ma zamknięte linie i nie ma potencjału. „Napięcie” między dwoma punktami zależy wtedy od drogi, którą idzie przewód woltomierza. Prawo oczek Kirchhoffa obowiązuje w obwodach z cewkami tylko dlatego, że zmienne pole zamykamy w cewkach i umawiamy się, że ich siła elektromotoryczna to $-L dI/dt$.

SYMULACJA 2

Przekrój długiego solenoidu, w którym pole B zmienia się sinusoidalnie (symbole $\odot$ i $\otimes$ w środku). Zmienne $\vec{B}$ wytwarza wirowe pole $\vec{E}$: wewnątrz rośnie jak r , na zewnątrz, gdzie $B = 0$, maleje jak $1/r$. Przeciągnij pętlę: cyrkulacja $\vec{E}$ to $-d\Phi_B/dt$ przez pętlę, a dla pętli obok solenoidu wynosi zero, chociaż linie $\vec{E}$ są zamknięte. Uruchom animację i porównaj kierunek $\vec{E}$ z regułą Lenza.



— pole (strzałki) — obszar, gdzie rotacja $\neq 0$ — pętla całkowania — koła topatkowe

$B(t)$ w solenoidzie 0,000

dB/dt 0,600

$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l}$ (numerycznie) 0,000

$-d\Phi_B/dt = -(dB/dt) \cdot \text{pole części wspólnej}$ 0,000

Pętla nie obejmuje strumienia: wirowe pole E krąży także na zewnątrz solenoidu, gdzie $B = 0$, ale jego cyrkulacja po tej pętli jest zerowa. E na zewnątrz jest bezwirowe, choć jego linie są zamknięte.

Stan na rysunku: pole E indukowane w solenoidzie, pętla o środku (1,60; 0,60) i promieniu 0,60, cyrkulacja 0,000.

ZADANIA · CZĘŚĆ 1

5 zadań · ok. 30 min

- 1 Ramka $10\text{ cm} \times 10\text{ cm}$ leży prostopadle do pola 1 T , które spada do zera w $0,1\text{ s}$. Jaka średnia siła elektromotoryczna się indukuje?
- 2 Magnes zbliża się biegunem N do pierścienia z drutu. W którą stronę płynie indukowany prąd (patrzac od strony magnesu)? Czy pierścień przyciąga, czy odpycha magnes?
- 3 Samolot o rozpiętości skrzydeł 60 m leci poziomo z prędkością 250 m/s , a pionowa składowa pola Ziemi wynosi $40\text{ }\mu\text{T}$. Jakie napięcie pojawia się między końcami skrzydeł? Czy da się je wykorzystać do zasilania żarówki?
- 4 Prądnica ma 100 zwojów o polu $0,01\text{ m}^2$ i obraca się 50 razy na sekundę w polu $0,5\text{ T}$. Jakie jest maksymalne i skuteczne napięcie?
- 5 W długiej zwojnicy o promieniu R pole rośnie w tempie dB/dt . Jakie jest indukowane pole elektryczne w odległości r od osi, wewnątrz i na zewnątrz?

▣▣▣ podstawowe ▣▣▣ średnie ▣▣▣ feynmanowskie

2 Indukcyjność, transformator i obwód LC

Prąd w cewce wytwarza strumień proporcjonalny do prądu: $N\Phi = LI$. Współczynnik L to **indukcyjność własna** (jednostka: henr, $1\text{ H} = 1\text{ V}\cdot\text{s/A}$). Gdy prąd się zmienia, cewka wytwarza siłę elektromotoryczną $-L dI/dt$, przeciwną do zmiany: zachowuje się jak bezwładność prądu. Dla długiej zwojnicy o n zwojach na metr, przekroju A i długości l : $L = \mu_0 n^2 Al$. Dwie cewki, przez które przechodzi wspólny strumień, łączy **indukcyjność wzajemna** M : zmiana prądu w jednej indukuje napięcie w drugiej. (FLP II-17-6, II-17-7)

⚡ WZÓR · ENERGIA POLA MAGNETYCZNEGO

$$U = \frac{1}{2}LI^2, \quad u_B = \frac{B^2}{2\mu_0}.$$

Żeby rozpędzić prąd do wartości I , źródło musi wykonać pracę przeciw sile elektromotorycznej cewki; ta energia siedzi w polu magnetycznym z gęstością $B^2/2\mu_0$, odpowiednikiem $\frac{1}{2}\epsilon_0 E^2$ z działu 14 „Potencjał, przewodniki i kondensatory”.

(FLP II-17-8)

Transformator to dwie cewki nawinięte na wspólny rdzeń z żelaza, który prowadzi prawie cały strumień przez obie. Każdy zwój obejmuje ten sam zmienny strumień, więc napięcia mają się jak

liczby zwojów: $V_2/V_1 = N_2/N_1$. W idealnym transformatorze moc się nie zmienia, więc prądy mają się odwrotnie. Przy prądzie stałym strumień się nie zmienia i transformator nie działa. Ładowarka indukcyjna telefonu nie ma rdzenia łączącego cewki, więc przez cewkę odbiorczą przechodzi tylko część strumienia; żeby mimo to uzyskać wystarczające napięcie przy małych cewkach, strumień musi zmieniać się bardzo szybko, stąd częstotliwości ponad 100 kHz.

FLP II-16-2

Zmienny strumień indukuje prądy także w litym metalu: **prądy wirowe**. Grzeją rdzenie transformatorów (dlatego składa się je z cienkich, izolowanych blach), hamują magnes spadający w miedzianej rurze, a w kuchence indukcyjnej robią z dna garnka grzałkę.

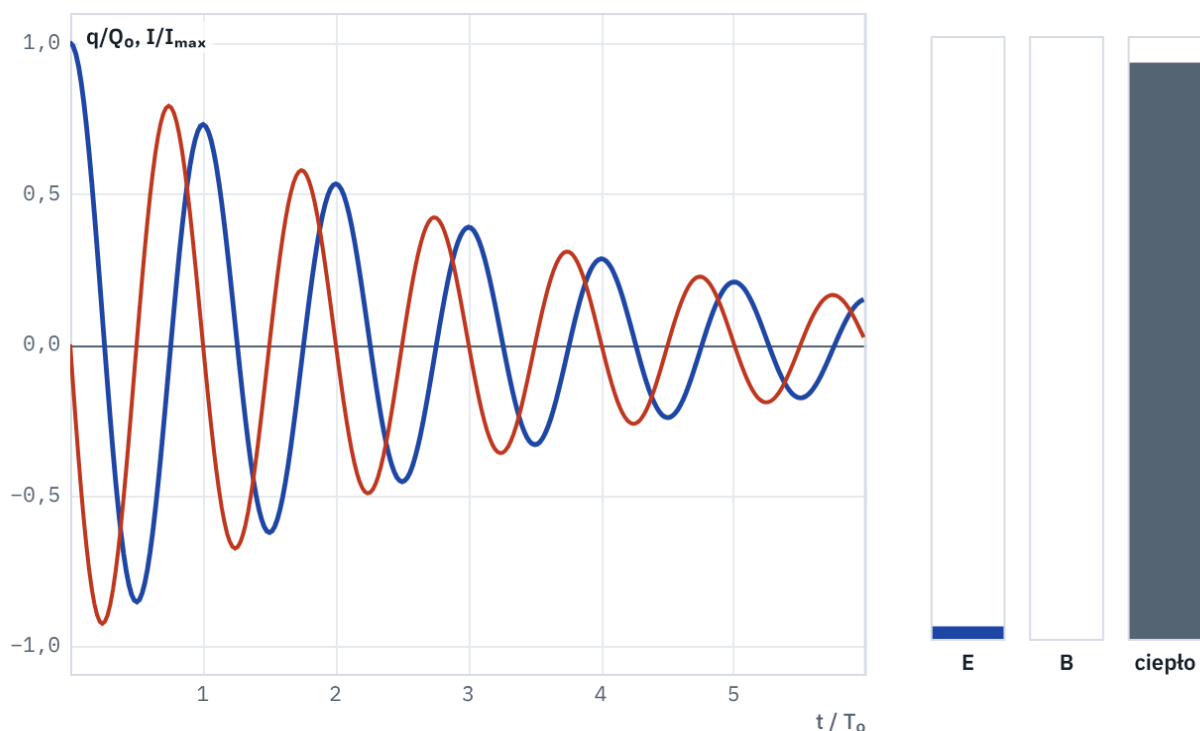
FLP II-16-3

2.1 Obwód LC

Naładowany kondensator połączony z cewką rozładowuje się, ale prąd nie może nagle zniknąć: cewka przenosi ładunek dalej i ładuje kondensator odwrotnie. Równanie $L\ddot{q} + R\dot{q} + q/C = 0$ to dokładnie równanie oscylatora tłumionego z działu 6 „Drgania, rezonans i układy liniowe”: indukcyjność gra rolę masy, $1/C$ sztywności sprężyny, a opór tarcia. Częstotliwość drgań $f_0 = 1/(2\pi\sqrt{LC})$. Energia przelewa się między polem elektrycznym kondensatora i magnetycznym cewki, jak między energią potencjalną i kinetyczną wahadła. Obwody LC wybierają stację w odbiorniku radiowym i wyznaczają częstotliwość nadajnika.

SYMULACJA 3

Obwód RLC: kondensator naładowany do 10 V rozładowuje się przez cewkę i opornik. Wykres pokazuje ładunek i prąd, słupki energię pola elektrycznego, magnetycznego i ciepło. Zmień opór i znajdź tłumienie krytyczne.



— ładunek q/Q_0 — prąd $I/I_{\max}$ — energia pola elektrycznego — energia pola magnetycznego

$f_0 = 1/2\pi\sqrt{LC}$ 1591,5 Hz

dobroć $Q = \omega_0 L/R$ 10,0

energia pola E 1,14 μJ

energia pola B 0,00 μJ

t 6,00 T_0

Energia przelewa się między polem elektrycznym kondensatora a polem magnetycznym cewki, a opór zamienia ją stopniowo w ciepło. Po ok. $Q/\pi \approx 3,2$ okresach amplituda maleje e razy.

Stan na rysunku: $L = 10 \text{ mH}$, $C = 1,0 \text{ }\mu\text{F}$, $R = 10 \text{ }\Omega$, kondensator naładowany do 10 V; $f_0 = 1591,5 \text{ Hz}$; $t = 6,00 T_0$.

ZADANIA · CZĘŚĆ 2

5 zadań · ok. 35 min

1 Zwojnica ma 1000 zwojów na metr, przekrój 10 cm^2 i długość 10 cm. Jaka jest jej indukcyjność i energia przy prądzie 1 A?

2 Transformator zasilacza obniża 230 V do 12 V przy mocy 1 kW. Jaki jest stosunek liczby zwojów i jakie prądy płyną w uzwojeniach?

- 3 Jaka jest częstotliwość drgań obwodu z cewką 10 mH i kondensatorem 1 μF ? Jaki największy prąd popłynie, jeśli kondensator naładowano do 10 V?
- 4 Odbiornik radiowy ma kondensator 10 pF. Jaka indukcyjność pozwoli odebrać stację na 100 MHz?
- 5 Przez cewkę 1 H płynie prąd 1 A. Wyłącznik przerywa obwód w 1 ms. Jakie napięcie pojawi się na wyłączniku? Co się tam stanie?

□□ podstawowe □□ średnie □□ feynmanowskie

3 Równania Maxwella

Weźmy dywergencję prawa Ampère'a w postaci z działu 15 „Prąd i pole magnetyczne”, $\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$. Dywergencja rotacji jest zawsze zerowa (lekcja 3.6 Twierdzenia Greena, Stokesa i Gaussa), więc wychodzi $\nabla \cdot \vec{j} = 0$. A przecież gdy kondensator się ładuje, prąd wpływa do okładki i nie wypływa: $\nabla \cdot \vec{j} = -\partial \rho / \partial t \neq 0$. Maxwell zauważył, że z prawa Gaussa $\partial \rho / \partial t = \varepsilon_0 \nabla \cdot \partial \vec{E} / \partial t$, więc wystarczy do prądu dodać wyraz $\varepsilon_0 \partial \vec{E} / \partial t$, nazwany **prądem przesunięcia**, by sprzeczność zniknęła. Zmienne pole elektryczne wytwarza pole magnetyczne, tak jak prąd. (FLP II-18-2)

⚡ PRAWA · RÓWNANIA MAXWELLA (W PRÓŻNI, Z ŁADUNKAMI I PRĄDAMI)

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}, \quad \nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad \nabla \cdot \vec{B} = 0, \quad \nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}.$$

Postać całkowa: strumień $\vec{E}$ przez zamkniętą powierzchnię to Q/ε_0 ; cyrkulacja $\vec{E}$ to $-d\Phi_B/dt$; strumień $\vec{B}$ przez zamkniętą powierzchnię to zero; cyrkulacja $\vec{B}$ to $\mu_0 I + \mu_0 \varepsilon_0 d\Phi_E/dt$. Razem z siłą Lorentza $\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$ opisują całą klasyczną elektrodynamikę. (FLP II-18-1)

Feynman zestawia w tablicy „całą fizykę klasyczną”: równania Maxwella, zachowanie ładunku, siłę Lorentza, prawo ruchu Newtona w wersji relatywistycznej i grawitację. Wszystko, co do początku XX wieku wiedzano o zjawiskach niekwantowych, mieści się na pół strony.

(FLP II-18-3)

DLACZEGO TEGO NIE ZAUWAŻONO WCZEŚNIEJ?

Stała ϵ_0 jest tak mała, że nawet gwałtownie zmienne pole daje niewielki prąd przesunięcia. W kondensatorze o powierzchni 1 cm^2 , do którego płynie 1 A , pole rośnie w tempie ok. $10^{15} \text{ V/(m}\cdot\text{s)}$, a prąd przesunięcia to zaledwie 1 A ; jego pole magnetyczne między okładkami niczym nie różni się od pola przewodów doprowadzających. Żeby wykryć prąd przesunięcia bezpośrednio, trzeba go mierzyć tam, gdzie nie ma prądu przewodzenia, przy szybkich zmianach. Najważniejszy jest w falach elektromagnetycznych: to on pozwala polu istnieć bez prądów. W symulacji 4 można go wyłączyć: fala wtedy znika.

ZADANIA · CZĘŚĆ 3

5 zadań · ok. 30 min

- 1 Pokaż, że z równań Maxwella wynika równanie ciągłości $\nabla \cdot \vec{j} = -\partial\rho/\partial t$.

- 2 Kondensator z kołowymi okładkami o promieniu R ładuje się prądem I . Jakie pole magnetyczne jest między okładkami w odległości $r < R$ od osi?

- 3 Które z równań Maxwella mówi, że nie ma ładunków magnetycznych? A które opisuje prądnicę?

- 4 Gdyby istniały monopole magnetyczne o gęstości ρ_m i prądzie $\vec{j}_m$, jak należałoby zmienić drugie i trzecie równanie, żeby zachować symetrię i zachowanie „ładunku magnetycznego”?

- 5 Oszacuj stosunek prądu przesunięcia do prądu przewodzenia w miedzi dla pola zmiennego o częstotliwości 1 GHz ($\sigma = 6 \cdot 10^7 \text{ S/m}$).


 podstawowe  średnie  feynmanowskie

4 Fale elektromagnetyczne

W pustej przestrzeni ($\rho = 0, \vec{j} = 0$) równania Maxwella są niemal symetryczne (różnią się znakiem): zmienne $\vec{B}$ wytwarza wirowe $\vec{E}$, a zmienne $\vec{E}$ wirowe $\vec{B}$. Biorąc rotację drugiego równania i podstawiając czwarte (z tożsamością $\nabla \times \nabla \times \vec{E} = \nabla(\nabla \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E}$), dostajemy równanie falowe (lekcja 4.7 Równania cząstkowe: fali, dyfuzji i Laplace'a): FLP II-18-6

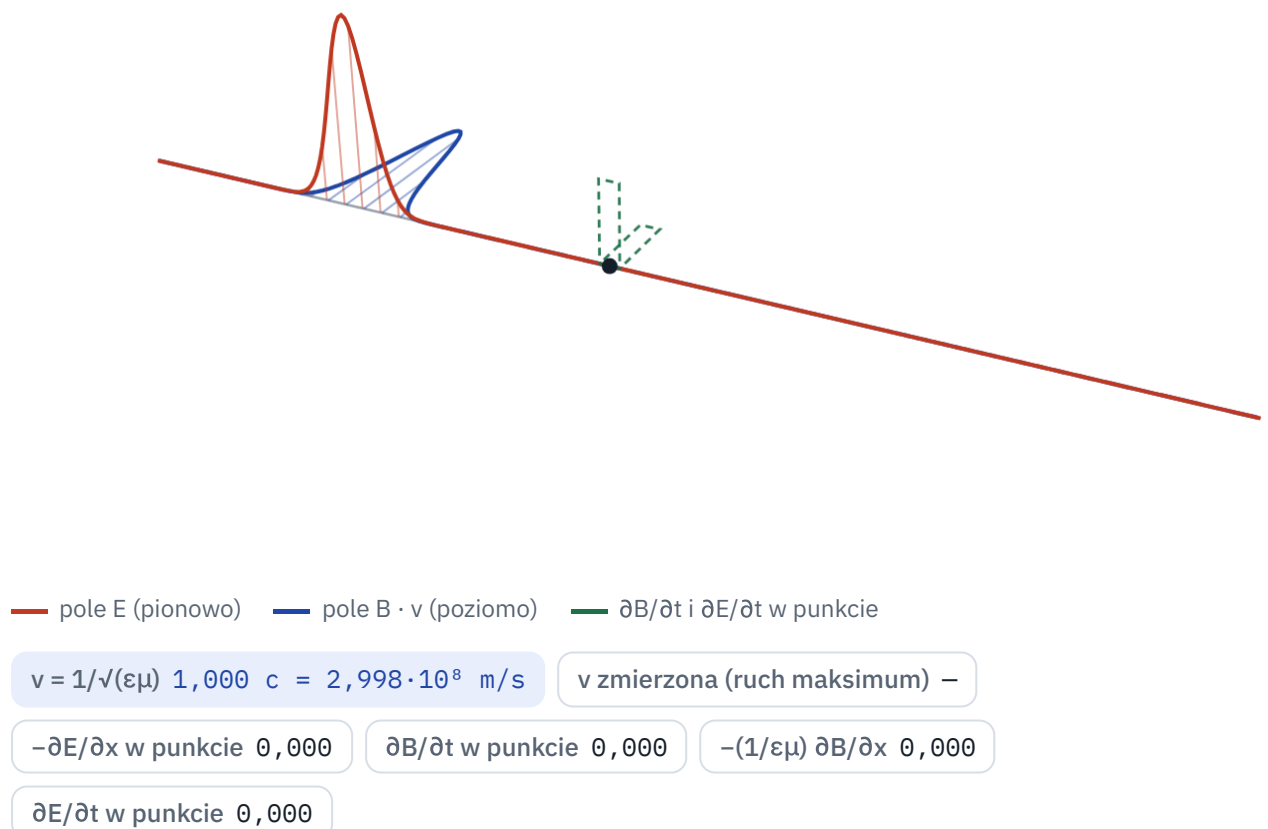
WYNIK · RÓWNANIE FALOWE DLA POLA

$$\nabla^2 \vec{E} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}, \quad c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} = 299\,792\,458 \text{ m/s}.$$

To samo równanie spełnia $\vec{B}$. Fala płaska biegnąca wzdłuż x : $\vec{E}$ i $\vec{B}$ są prostopadłe do x i do siebie, drgają w zgodnej fazie, a $E = cB$. Fala jest poprzeczna: wynika to z $\nabla \cdot \vec{E} = 0$ i $\nabla \cdot \vec{B} = 0$. FLP II-20-1

SYMULACJA 4

Równania Maxwella rozwiązywane krok po kroku na siatce wzdłuż osi x (pole E_y pionowo, B_z poziomo, przeskalowane przez v). Nic tu nie zakłada istnienia fali: program w każdym punkcie stosuje tylko prawo Faradaya $\partial_t B_z = -\partial_x E_y$ i prawo Ampère'a-Maxwella $\partial_t E_y = -\frac{1}{\epsilon\mu} \partial_x B_z$. Zielone pętle i strzałki pokazują oba prawa w wybranym punkcie. Zmień ϵ_r i μ_r i porównaj zmierzoną prędkość z $1/\sqrt{\epsilon\mu}$. Wyłącz prąd przesunięcia i zobacz, że fala znika. Przeciągnij rysunek, żeby go obrócić.



Faraday: $\partial B / \partial t = -\partial E / \partial x$. Ampère–Maxwell: $\partial E / \partial t = -(1/\epsilon\mu) \partial B / \partial x$. Każde pole zmienia się tam, gdzie drugie zmienia się w przestrzeni, więc zaburzenie przesuwa się z prędkością $v = 1/\sqrt{(\epsilon\mu)}$. W próżni ($\epsilon_r = \mu_r = 1$) to $c = 1/\sqrt{(\epsilon_0\mu_0)} \approx 3 \cdot 10^8$ m/s. Zmień ϵ_r albo μ_r : prędkość zależy tylko od iloczynu.

Stan na rysunku: $\epsilon_r = 1,00$, $\mu_r = 1,00$, $v = 1/\sqrt{(\epsilon\mu)} = 1,000$ c, prąd przesunięcia włączony, czas 0,0.

Ważne jest, że w tym wyniku nie ma żadnego ośrodka. Fala dźwiękowa to drgania powietrza; fala elektromagnetyczna to drgania samego pola, które podtrzymuje się samo: zmiana $\vec{E}$ wytwarza $\vec{B}$, zmiana $\vec{B}$ wytwarza $\vec{E}$. Hertz (1887) wytworzył i wykrył takie fale iskrownikiem, zmierzył ich długość i pokazał, że odbijają się i załamują jak światło.

Długość fali i częstotliwość łączy $\lambda f = c$. Fale radiowe (kilometry do milimetrów), mikrofałe (kuchenka: 12 cm), podczerwień, światło widzialne (400–700 nm), nadfiolet, promieniowanie

rentgenowskie i gamma to ta sama fala o różnej długości (dział 12 „Optyka: zasada najmniejszego czasu, interferencja, dyfrakcja”).

4.1 Skąd się biorą fale

Ładunek w spoczynku ma pole kulombowskie, ładunek w ruchu jednostajnym niesie je ze sobą. Promieniuje dopiero ładunek **przyspieszany**. Feynman podaje wzór, w którym jest cała optyka: pole promieniowania w odległości r jest proporcjonalne do składowej przyspieszenia prostopadłej do kierunku obserwacji, z opóźnieniem r/c , i maleje jak $1/r$: FLP I-28-2

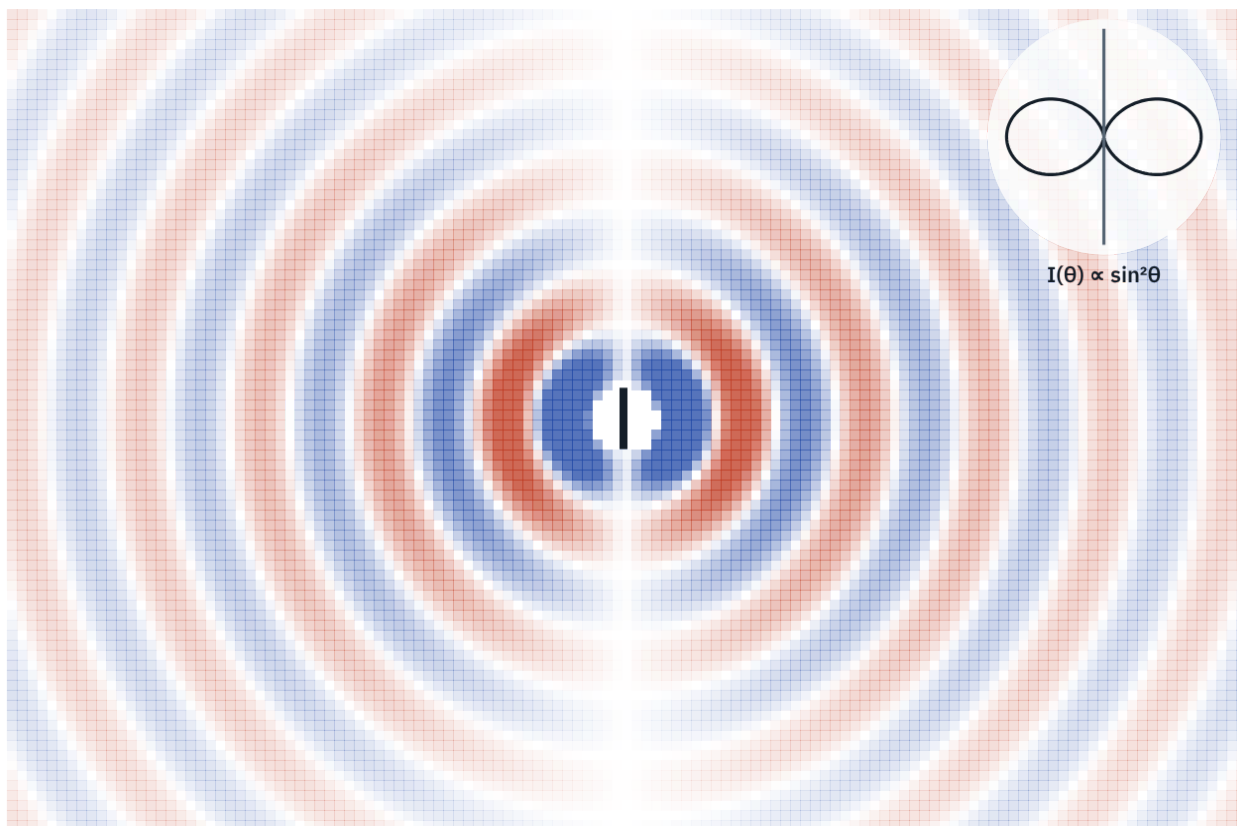
$$\vec{E}_{\text{prom}} = -\frac{q \vec{a}_{\perp}(t - r/c)}{4\pi\epsilon_0 c^2 r}.$$

Antena, w której ładunki drgają w górę i w dół, promieniuje najsilniej w płaszczyźnie prostopadłej do swojej osi i wcale wzdłuż niej: natężenie jest proporcjonalne do $\sin^2 \theta / r^2$.

FLP II-21-4

SYMULACJA 5

Promieniowanie pionowej anteny dipolowej (widok z boku). Kolor pokazuje zwrot pola elektrycznego fali, a nasycenie jego wartość: maleje jak $1/r$ i znika wzdłuż osi anteny. W rogu wykres biegunowy natężenia. Zmień długość fali.



— pole E promieniowania: zwrot w górę — zwrot w dół — natężenie (wykres biegunowy)

natężenie pod kątem 90° (prostopadle) 1

pod kątem 45° 0,50

pod kątem 30° 0,25

wzdłuż osi anteny θ

Ładunki w antenie drgają w górę i w dół. Pole promieniowania jest prostopadłe do kierunku biegu fali, maleje jak $1/r$ (natężenie jak $1/r^2$) i jest największe w płaszczyźnie prostopadłej do anteny. Wzdłuż osi anteny promieniowania nie ma: przyspieszenie ładunków widziane z tego kierunku ma zerową składową poprzeczną.

Stan na rysunku: pionowa antena dipolowa w środku, długość fali 1,20 jednostki; pokazano pole promieniowania $E \propto \sin \theta \cos(kr - \omega t)/r$.

ZADANIA · CZĘŚĆ 4

5 zadań · ok. 30 min

1 Oblicz c z wartości $\mu_0 \approx 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T}\cdot\text{m/A}$ i $\epsilon_0 \approx 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$.

- 2 Jaka długość mają fale kuchenki mikrofalowej (2,45 GHz), radia FM (100 MHz) i sieci energetycznej (50 Hz)?
- 3 Fala płaska ma pole elektryczne o amplitudzie 100 V/m. Jaka jest amplituda pola magnetycznego? Dlaczego to nie znaczy, że pole magnetyczne jest „mniej ważne”?
- 4 Pokaż, że $\vec{E} = E_0 \sin(kx - \omega t) \hat{y}$ spełnia równanie falowe, jeśli $\omega/k = c$. Z prawa Faradaya znajdź towarzyszące pole $\vec{B}$.
- 5 Antena dipolowa wysyła pod kątem 90° do swojej osi natężenie I_0 . Jakie natężenie wysyła pod kątem 30° ? Jak ustawić antenę odbiorczą względem fali spolaryzowanej pionowo?

▢▢ podstawowe ▢▢ średnie ▢▢ feynmanowskie

5 Energia i pęd pola

Pole ma energię o gęstości $u = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2 + B^2/2\mu_0$. Gdy energia w jakiejś objętości maleje, musi z niej wypływać przez brzeg (albo zamieniać się w pracę nad ładunkami). Z równań Maxwella wynika, czym jest ten przepływ: FLP II-27-3

🔧 WZÓR · WEKTOR POYNTINGA

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B}, \quad \frac{\partial u}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{S} = -\vec{E} \cdot \vec{j}.$$

$\vec{S}$ to moc przepływająca przez jednostkę powierzchni (W/m²). Dla fali płaskiej $S = cu$, a średnie natężenie fali o amplitudzie E_0 to $I = \frac{1}{2}c\epsilon_0 E_0^2$.

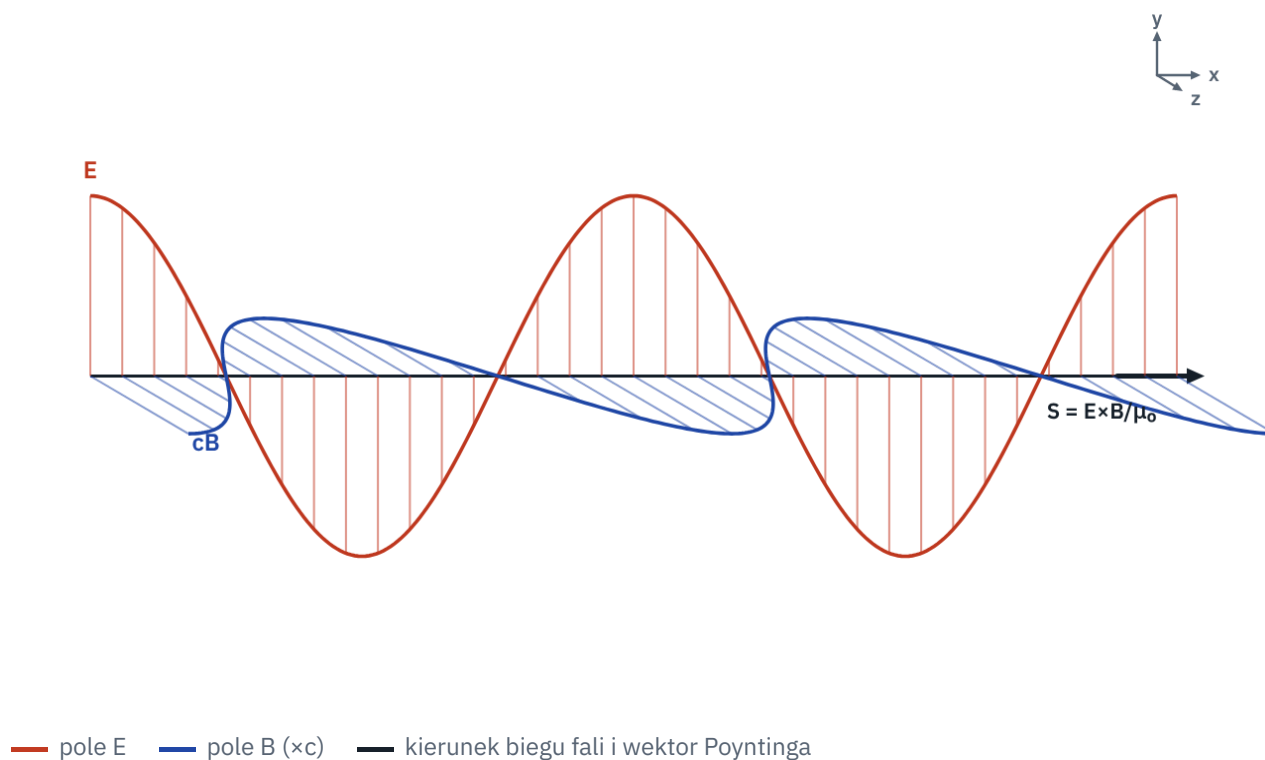
Wynik bywa zaskakujący. Energia, którą bateria dostarcza do opornika, nie płynie wewnątrz przewodów razem z elektronami. Płynie przez przestrzeń wokół nich i wchodzi do opornika z boku: pole $\vec{E}$ jest wzdłuż przewodu, pole $\vec{B}$ okrąża go, więc $\vec{E} \times \vec{B}$ wskazuje do środka (zadanie feynmanowskie 5). FLP II-27-5

Fala niesie też pęd: gęstość pędu to $\vec{S}/c^2$, a energia U niesie pęd U/c . Światło pochłaniane przez powierzchnię wywiera na nią ciśnienie I/c , a odbijane $2I/c$. Ciśnienie światła słonecznego przy Ziemi to ok. 4,5 μPa: mało, ale wystarcza, by wypychać z Układu Słonecznego pył drobniejszy niż ułamek mikrometra, kształtować warkocze komet i napędzać żagle słoneczne (japoński IKAROS, 2010). Fizycznie rzecz biorąc: pole elektryczne fali porusza elektrony ośrodka, a pole

magnetyczne działa na te poruszające się elektrony siłą $q\vec{v} \times \vec{B}$ w kierunku biegu fali.

FLP I-34-9

SYMULACJA 6 Fala elektromagnetyczna płaska w rzucie ukośnym: pole $\vec{E}$ i pole $c\vec{B}$ prostopadłe do siebie i do kierunku biegu fali. Wybierz polaryzację i amplitudę; odczyty podają natężenie i ciśnienie promieniowania w porównaniu ze światłem słonecznym.



$B_0 = E_0/c$ $3,34 \cdot 10^{-6}$ T

natężenie I $1,33 \cdot 10^3$ W/m²

ciśnienie (pochląbanie) I/c $4,43 \cdot 10^{-6}$ Pa

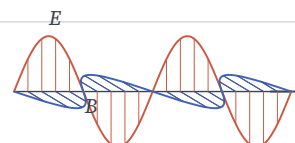
w stosunku do światła słonecznego 0,975

E i B są do siebie prostopadłe, prostopadłe do kierunku biegu fali i drgają w zgodnej fazie, a $E = cB$. Energia płynie w kierunku $E \times B$. Światło słoneczne przy Ziemi ma amplitudę ok. 1000 V/m.

Stan na rysunku: fala płaska, polaryzacja liniowa pionowa, $E_0 = 1000,0$ V/m, $B_0 = 3,34 \cdot 10^{-6}$ T, natężenie $1,33 \cdot 10^3$ W/m².

ZADANIA · CZĘŚĆ 5

5 zadań · ok. 35 min



- 1 Natężenie światła słonecznego przy Ziemi to 1361 W/m². Jakie są amplitudy pól E i B?

- 2 Wskaźnik laserowy o mocy 1 mW skupia światło na 1 mm^2 . Jakie jest natężenie i amplituda pola elektrycznego?
-
- 3 Telefon wysyła moc 2 W równomiernie we wszystkich kierunkach. Jakie jest natężenie i amplituda pola w odległości 1 m? A stacji radiowej o mocy 100 kW w odległości 10 km?
-
- 4 Żagiel słoneczny $100 \text{ m} \times 100 \text{ m}$ doskonale odbija światło. Jaka siła na niego działa w odległości Ziemi od Słońca? Jakie przyspieszenie nada sondzie o masie 100 kg?
-
- 5 Jaką siłą światło Słońca naciska na całą Ziemię (zakładając pełne pochłanianie)? Porównaj z przyciąganiem grawitacyjnym Słońca.

▀▀▀ podstawowe ▀▀▀ średnie ▀▀▀ feynmanowskie

☰ METODA DLA INDUKCJI I FAL

1. **Indukcja:** wybierz powierzchnię rozpiętą na obwodzie, policz strumień $\Phi(t)$, zróżniczkuj; kierunek prądu z reguły Lenza.
2. **Ruchome przewody:** sprawdź wynik siłą Lorentza $q\vec{v} \times \vec{B}$; przy elementach ślizgowych i tarczach licz siłę zamiast strumienia.
3. **Bilans energii:** moc mechaniczna = moc elektryczna $\mathcal{E}I$ = ciepło I^2R (+ zmiana energii pola $\frac{1}{2}LI^2$).
4. **Obwody LC:** przepisuj na oscylator: $L \leftrightarrow m$, $1/C \leftrightarrow k$, $R \leftrightarrow$ tłumienie.
5. **Fale:** $\lambda f = c$, $E = cB$, $I = \frac{1}{2}c\epsilon_0 E_0^2$, ciśnienie I/c lub $2I/c$; natężenie źródła punktowego $P/4\pi r^2$.
6. **Sprawdzenie:** jednostki ($V = \text{Wb/s}$, $H = \text{Wb/A}$) i znaki: indukcja zawsze przeciwdziała zmianie.

Przykład 16.1

Pręt na szynach

Pręt o długości 20 cm przesuwamy ze stałą prędkością 2 m/s po szynach połączonych opornikiem 0,1 Ω , w polu 0,5 T prostopadłym do płaszczyzny szyn. Oblicz siłę elektromotoryczną, prąd, siłę potrzebną do ciągnięcia i moc.

- 1 $\mathcal{E} = BLv = 0,5 \cdot 0,2 \cdot 2 = 0,2 \text{ V}$; $I = \mathcal{E}/R = 2 \text{ A}$.
- 2 Siła hamująca $BIL = 0,2 \text{ N}$; tyle trzeba ciągnąć.
- 3 Moc mechaniczna $Fv = 0,4 \text{ W}$; moc cieplna $I^2R = 0,4 \text{ W}$.

Wynik: 0,2 V, 2 A, 0,2 N, 0,4 W. Cała praca zamienia się w ciepło; gdyby w miejsce opornika był akumulator, częściowo w energię chemiczną.

Sprawdzenie: $Fv = B^2 L^2 v^2 / R = \mathcal{E}^2 / R \checkmark$; to zasada zachowania energii, a reguła Lenza jest jej konsekwencją.

Przykład 16.2

Prądnica i sieć

Ramka ma 200 zwojów o powierzchni $0,02 \text{ m}^2$ i obraca się 50 razy na sekundę w polu 1 T . Jakie napięcie daje? Jak elektrownie uzyskują kilkanaście kilowoltów?

- 1 $\mathcal{E}_{\max} = NBA\omega = 200 \cdot 1 \cdot 0,02 \cdot 2\pi \cdot 50 \approx 1,26 \text{ kV}$; skuteczne ok. $0,89 \text{ kV}$.
- 2 Generator elektrowni ma pole ok. $1\text{--}2 \text{ T}$, uzwojenia o długości kilku metrów, a napięcie wyjściowe rzędu $10\text{--}25 \text{ kV}$; transformator podnosi je do 400 kV na potrzeby przesyłu (Dział 15: Prąd i pole magnetyczne).

Wynik: ok. $1,26 \text{ kV}$ amplitudy. Napięcie rośnie z liczbą zwojów, polem, powierzchnią i prędkością obrotów.

Sprawdzenie: jednostki: $\text{T} \cdot \text{m}^2/\text{s} = \text{Wb/s} = \text{V} \checkmark$.

Przykład 16.3

Hamowanie pchniętego pręta

Ten sam pręt (masa 50 g) pchnięto z prędkością 2 m/s i puszczone. Jak zwalnia i ile ciepła wydzieli się w oporniku?

- 1 $m dv/dt = -B^2 L^2 v/R$, więc $v = v_0 e^{-t/\tau}$ z $\tau = mR/(BL)^2 = 0,05 \cdot 0,1/0,01 = 0,5 \text{ s}$.
- 2 Droga do zatrzymania: $v_0 \tau = 1 \text{ m}$. Ciepło: cała energia kinetyczna, $\frac{1}{2} m v_0^2 = 0,1 \text{ J}$.

Wynik: wykładnicze hamowanie ze stałą czasową $0,5 \text{ s}$; pręt zatrzymuje się po ok. metrze. Tak hamują pociągi z hamulcami wiroprowadowymi; hamulec nie zużywa się, ale nie zatrzymuje pojazdu do zera.

Sprawdzenie: $\int I^2 R dt = (B^2 L^2 v_0^2 / R) \cdot \tau / 2 = 0,4 \cdot 0,25 = 0,1 \text{ J} \checkmark$.

Przykład 16.4

Światło Słońca

Przy Ziemi natężenie promieniowania Słońca wynosi 1361 W/m^2 . Oblicz amplitudy pól, gęstość energii i ciśnienie promieniowania.

- 1 $E_0 = \sqrt{2I/(c\epsilon_0)} \approx 1010 \text{ V/m}$; $B_0 = E_0/c \approx 3,4 \text{ }\mu\text{T}$.
- 2 Gęstość energii $u = I/c \approx 4,5 \text{ }\mu\text{J/m}^3$; ciśnienie przy pochłanianiu $I/c \approx 4,5 \text{ }\mu\text{Pa}$, przy odbiciu $9 \text{ }\mu\text{Pa}$.

Wynik: 1 kV/m , $3,4 \text{ }\mu\text{T}$, $4,5 \text{ }\mu\text{Pa}$. Pola są słabe, a mimo to niosą $1,4 \text{ kW}$ na metr kwadratowy, bo energia biegnie z prędkością światła.

Sprawdzenie: $\frac{1}{2}\epsilon_0 E_0^2 = B_0^2/2\mu_0 \approx 4,5 \text{ }\mu\text{J/m}^3$ to wartości szczytowe; średnio każda część ma połowę tego, $\frac{1}{4}\epsilon_0 E_0^2$, a ich suma to $\frac{1}{2}\epsilon_0 E_0^2 = I/c \checkmark$.

Przykład 16.5

Obwód strojenia radia

Odbiornik FM ma kondensator nastawny $5\text{--}20 \text{ pF}$ i cewkę $0,15 \text{ }\mu\text{H}$. Jaki zakres częstotliwości obejmuje?

- 1 $f = 1/(2\pi\sqrt{LC})$: dla 20 pF $f \approx 92 \text{ MHz}$, dla 5 pF $f \approx 184 \text{ MHz}$.
- 2 Pasmo FM ($87,5\text{--}108 \text{ MHz}$) mieści się w dolnej części zakresu.

Wynik: ok. $92\text{--}184 \text{ MHz}$. Zmiana pojemności o czynnik 4 zmienia częstotliwość o czynnik 2.

Sprawdzenie: $f \propto C^{-1/2}$, a $\sqrt{20/5} = 2 \checkmark$.

Przykład 16.6

Klasyczny atom się zapada

Elektron krążący wokół protonu po orbicie o promieniu $a_0 = 0,53 \cdot 10^{-10} \text{ m}$ ma przyspieszenie dośrodkowe, więc według wzoru Feynmana powinien promieniować. Wypromieniowana moc to $P = e^2 a^2 / (6\pi\epsilon_0 c^3)$ (wzór Larmora). Jak długo trwałby atom?

- 1 $a = e^2 / (4\pi\epsilon_0 m_e a_0^2) \approx 9 \cdot 10^{22} \text{ m/s}^2$; $P \approx 4,6 \cdot 10^{-8} \text{ W}$.
- 2 Energia wiązania $13,6 \text{ eV} \approx 2,2 \cdot 10^{-18} \text{ J}$. Elektron spada po spirali, a moc rośnie, gdy promień maleje; całkowanie daje czas $a_0^3 / (4r_e^2 c) \approx 1,6 \cdot 10^{-11} \text{ s}$ (r_e to klasyczny promień elektronu).

Wynik: ok. 10^{-11} s . Atomy istnieją miliardy lat, więc fizyka klasyczna w ich wnętrzu zawodzi; odpowiedź daje mechanika kwantowa (dział 19 „Atom wodoru i układ okresowy”).

Sprawdzenie: rząd wielkości: energia/moc $\approx 2,2 \cdot 10^{-18} / 4,6 \cdot 10^{-8} \approx 5 \cdot 10^{-11} \text{ s}$ ✓
(przyspieszający spadek skraca czas kilkakrotnie).

7

Błędne intuicje, których trzeba się oduczyć

× „Indukcja wymaga poruszającego się magnesu.”

Wystarczy zmiana strumienia, np. zmiana prądu w sąsiedniej cewce, jak w transformatorze, gdzie nic się nie rusza.

× „Transformator podnosi napięcie, więc daje energię za darmo.”

Moc wyjściowa jest co najwyżej równa wejściowej: gdy napięcie rośnie, prąd maleje.

× „Fala elektromagnetyczna to drgania eteru.”

To drgania samego pola, które podtrzymuje się samo. Doświadczenia (Michelson i Morley, 1887) nie wykryły żadnego ośrodka, a teoria względności go nie potrzebuje.

× „Prąd przesunięcia to prąd jakichś ładunków w próżni.”

W próżni między okładkami nie płyną żadne ładunki. „Prąd przesunięcia” to tylko nazwa wyrazu $\epsilon_0 \partial \vec{E} / \partial t$, który wytwarza pole magnetyczne jak prąd.

× „Pole magnetyczne fali jest pomijalne, bo w teslach wychodzi tak mało.”

Niesie dokładnie połowę energii fali. Liczba w teslach jest mała, bo $B = E/c$, a c jest duże.

× „Energia elektryczna płynie wewnątrz przewodów.”

Według wektora Poyntinga płynie w przestrzeni wokół przewodów i wnika do odbiorników z boku. Przewody prowadzą pole, a elektrony dryfują powoli.

8 Zadania feynmanowskie

Te zadania wymagają więcej myślenia niż liczenia.

ZADANIA FEYNMANOWSKIE

8 zadań · ok. 2 godziny

1 **Tarcza Faradaya.** Miedziana tarcza o promieniu R obraca się z prędkością kątową ω w jednorodnym polu B równoległym do osi. Szczotki dotykają osi i brzegu. Jakie napięcie powstaje? Czy zmienia się strumień przez obwód?

2 **Magnes w miedzianej rurze.** Silny magnes puszczonej w pionowej miedzianej rurze opada powoli, ze stałą prędkością. Wyjaśnij to i powiedz, jak prędkość zależy od przewodności rury i od siły magnesu.

3 **Warunek betatronu.** W betatronie elektrony krążą po okręgu o stałym promieniu R i są przyspieszane polem elektrycznym indukowanym przez rosnący strumień. Pokaż, że promień jest stały, jeśli pole na orbicie jest połową średniego pola wewnątrz orbity.

4 **Paradoks tarczy.** Na nieruchomej tarczy, która może się swobodnie obracać, siedzą naładowane kulki, a w środku jest zwojnica z prądem. Prąd wyłączamy. Pole indukowane popycha kulki i tarcza zaczyna się kręcić. Skąd wziął się moment pędu?

5 **Energia wchodzi z boku.** Przez prosty opornik walcowy o długości l i promieniu a płynie prąd I przy napięciu V . Policz wektor Poyntinga na jego powierzchni i całkowity strumień energii do środka.

- 6 **Pył wydmuchiwany przez światło.** Dla jakiego promienia ziarna o gęstości 2000 kg/m^3 , całkowicie pochłaniającego światło, ciśnienie promieniowania Słońca (moc $3,8 \cdot 10^{26} \text{ W}$) równoważy grawitację Słońca? Czy zależy to od odległości?
- 7 **Dlaczego fala jest poprzeczna?** Pokaż, że fala płaska $\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(kx - \omega t)$ w próżni nie może mieć składowej wzdłuż x . Czy fala dźwiękowa w powietrzu może być poprzeczna?
- 8 **Atom, który nie powinien istnieć.** W przykładzie 16.6 klasyczny atom zapada się w 10^{-11} s . Jaka prosta obserwacja z działu 12 „Optyka: zasada najmniejszego czasu, interferencja, dyfrakcja” świadczy dodatkowo, że elektrony w atomach nie krążą klasycznie?

□□□ podstawowe ■■■ średnie ■■■■ feynmanowskie

9 Sprawdź się

Odpowiedz w myślach, zanim rozwiniesz odpowiedź.

1 Co mówi prawo Faradaya?

Siła elektromotoryczna w obwodzie równa się minus tempu zmian strumienia pola magnetycznego przez obwód.

2 Co mówi reguła Lenza i z czego wynika?

Indukowany prąd przeciwdziała zmianie strumienia; wynika z zasady zachowania energii.

3 Dlaczego transformator nie działa na prąd stały?

Stały prąd daje stały strumień, a indukcja wymaga zmiany strumienia.

4 Ile energii mieści cewka i z jaką gęstością jest ona rozłożona?

$\frac{1}{2}LI^2$; $B^2/2\mu_0$.

5 Po co Maxwell dodał prąd przesunięcia?

Bez niego prawo Ampère'a przeczyłoby zachowaniu ładunku dla zmiennych prądów; z nim równania dają fale.

- 6 Jak wyrazić prędkość światła przez stałe elektryczne i magnetyczne?

$$c = 1/\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}.$$

- 7 Jak są ustawione względem siebie $\vec{E}$, $\vec{B}$ i kierunek biegu fali?

Wzajemnie prostopadle; fala biegnie w kierunku $\vec{E} \times \vec{B}$, a $E = cB$.

- 8 Jakie ciśnienie wywiera światło o natężeniu I na powierzchnię pochłaniającą, a jakie na lustro?

$$I/c \text{ i } 2I/c.$$

INDUKCJA I OBWODY

$\mathcal{E} = -d\Phi_B/dt$; $\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$; ruchomy
pręt BLv ; prądnicą $NBA\omega \sin \omega t$

$\mathcal{E}_L = -L dI/dt$; zwojnica $L = \mu_0 n^2 Al$;

$U = \frac{1}{2}LI^2$; $u_B = B^2/2\mu_0$

transformator $V_2/V_1 = N_2/N_1$; LC: $f_0 = 1/(2\pi\sqrt{LC})$; dobroć $Q = \omega_0 L/R$

MAXWELL I FALE

$\nabla \cdot \vec{E} = \rho/\epsilon_0$; $\nabla \times \vec{E} = -\partial_t \vec{B}$; $\nabla \cdot \vec{B} = 0$;
 $\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \epsilon_0 \partial_t \vec{E}$

$c = 1/\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$; $E = cB$; $\lambda f = c$;

promieniowanie $E \propto a_\perp/r$, $I \propto \sin^2 \theta/r^2$

$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{B}/\mu_0$; $I = \frac{1}{2}c\epsilon_0 E_0^2$; pęd U/c ;

ciśnienie I/c (odbicie $2I/c$)

Do przeczytania u Feynmana

- **Obowiązkowo:** t. II, rozdz. 17 (prawa indukcji), 18 (równania Maxwella), 20 (fale w próżni), 27 (energia i pęd pola).
- **Dla chętnych:** t. II, rozdz. 16 (prądy indukowane, transformatory), 21 (pole drgającego dipola); t. I, rozdz. 28 (promieniowanie elektromagnetyczne).

*Na tym kończy się część o elektromagnetyzmie. Następny dział: **Amplitudy prawdopodobieństwa**. Klasyczny atom zapada się w 10^{-11} s, a światło okazuje się docierać do detektora w porcjach. Żeby to zrozumieć, trzeba porzucić tory i trajektorie i liczyć amplitudy, jak Feynman w trzecim tomie.*



Odpowiedzi

Zadania · część 1

1. $\Delta\Phi = 0,01 \text{ Wb}$; $\mathcal{E} = 0,01/0,1 = 0,1 \text{ V}$.
2. Strumień skierowany od magnesu rośnie, więc prąd wytwarza pole skierowane ku magnesowi: pierścień ma od strony magnesu biegun N, a prąd płynie przeciwnie do ruchu wskazówek zegara. Pierścień odpycha magnes (Lenz).
3. $BLv = 0,6 \text{ V}$. Nie: przewody łączące żarówkę z końcami skrzydeł poruszają się razem z samolotem i indukuje się w nich ta sama siła elektromotoryczna. W obwodzie zamkniętym, który porusza się w jednorodnym polu bez obrotu, strumień się nie zmienia.
4. $\mathcal{E}_{\max} = NBA\omega \approx 157 \text{ V}$; skuteczne $\mathcal{E}_{\max}/\sqrt{2} \approx 111 \text{ V}$.
5. Z symetrii linie $\vec{E}$ to okręgi. Wewnątrz: $E \cdot 2\pi r = \pi r^2 dB/dt$, $E = \frac{r}{2} dB/dt$. Na zewnątrz: $E = \frac{R^2}{2r} dB/dt$, choć tam pola magnetycznego prawie nie ma. Na tym działa betatron (zadanie feynmanowskie 3).

Zadania · część 2

1. $L = \mu_0 n^2 Al \approx 1,26 \cdot 10^{-4} \text{ H}$; $U = \frac{1}{2}LI^2 \approx 63 \text{ }\mu\text{J}$.
2. $N_1/N_2 \approx 19$; $I_1 \approx 4,3 \text{ A}$, $I_2 \approx 83 \text{ A}$. Uzwojenie wtórne musi być z grubego drutu.
3. $f_0 \approx 1,59 \text{ kHz}$. Z zasady zachowania energii $\frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}LI^2$: $I_{\max} = V\sqrt{C/L} = 0,1 \text{ A}$.
4. $L = 1/[(2\pi f)^2 C] \approx 0,25 \text{ }\mu\text{H}$, kilka zwojów drutu.
5. $L \Delta I/\Delta t \approx 1000 \text{ V}$: między stykami przeskoczy iskra, w której wydzieli się energia $\frac{1}{2}LI^2 = 0,5 \text{ J}$. Dlatego cewki przekładników bocznikuje się diodą. Na tym samym zjawisku działała cewka zapłonowa w samochodach.

Zadania · część 3

1. Weź dywergencję czwartego równania: $0 = \mu_0 \nabla \cdot \vec{j} + \mu_0 \epsilon_0 \partial(\nabla \cdot \vec{E})/\partial t = \mu_0(\nabla \cdot \vec{j} + \partial\rho/\partial t)$.
2. Prąd przesunięcia przez koło o promieniu r to Ir^2/R^2 . Pętla Ampère'a: $B \cdot 2\pi r = \mu_0 Ir^2/R^2$, $B = \mu_0 Ir/(2\pi R^2)$, jak wewnątrz przewodu o promieniu R .
3. $\nabla \cdot \vec{B} = 0$; prądnicę opisuje $\nabla \times \vec{E} = -\partial\vec{B}/\partial t$ (razem z siłą Lorentza dla ruchomych części).
4. $\nabla \cdot \vec{B} = \mu_0 \rho_m$ i $\nabla \times \vec{E} = -\partial\vec{B}/\partial t - \mu_0 \vec{j}_m$ (przy takiej normalizacji ładunku magnetycznego). Dywergencja drugiego daje wtedy równanie ciągłości dla ρ_m . Monopoli dotąd nie znaleziono.
5. $\epsilon_0 \omega E/(\sigma E) = \epsilon_0 \omega/\sigma \approx 9 \cdot 10^{-10}$. W metalach prąd przesunięcia jest pomijalny aż do częstotliwości optycznych.

Zadania · część 4

1. $1/\sqrt{\mu_0 \epsilon_0} \approx 2,998 \cdot 10^8 \text{ m/s}$.
2. 12,2 cm, 3 m i ok. 6000 km. Sieć 50 Hz praktycznie nie promieniuje, bo jej przewody są znikomo krótkie w porównaniu z długością fali.

3. $B_0 = E_0/c \approx 3,3 \cdot 10^{-7}$ T. Gęstości energii są równe: $\frac{1}{2}\epsilon_0 E^2 = B^2/2\mu_0$ dla $E = cB$. Mała liczba w teslach wynika z układu jednostek; siła magnetyczna na ładunek jest v/c razy mniejsza od elektrycznej.
4. $\partial_x^2 E = -k^2 E$, $\partial_t^2 E = -\omega^2 E$, więc potrzeba $k^2 = \omega^2/c^2$. $\partial_t \vec{B} = -\nabla \times \vec{E} = -kE_0 \cos(kx - \omega t) \hat{z}$, więc $\vec{B} = (kE_0/\omega) \sin(kx - \omega t) \hat{z} = (E/c) \hat{z}$.
5. $I_0 \sin^2 30^\circ = I_0/4$. Antenę odbiorczą ustawia się równolegle do pola $\vec{E}$, czyli pionowo: pole fali porusza wtedy ładunki wzdłuż anteny.

Zadania • część 5

1. $E_0 = \sqrt{2I/c\epsilon_0} \approx 1010$ V/m; $B_0 = E_0/c \approx 3,4$ μ T, mniej niż jedna dziesiąta pola Ziemi.
2. $I = 1000$ W/m², prawie jak Słońce; $E_0 \approx 870$ V/m. Dlatego nie wolno patrzeć w wiązkę: oko skupia ją dalej, do plamki o rozmiarze mikrometrów.
3. Telefon: $I = 2/4\pi \approx 0,16$ W/m², $E_0 \approx 11$ V/m. Stacja: $I \approx 8 \cdot 10^{-5}$ W/m², $E_0 \approx 0,25$ V/m (przy założeniu promieniowania izotropowego).
4. $F = 2IA/c \approx 0,09$ N, $a \approx 9 \cdot 10^{-4}$ m/s²: po roku daje to prędkość ok. 29 km/s, porównywalną z prędkością orbitalną Ziemi.
5. $F = I\pi R^2/c \approx 5,8 \cdot 10^8$ N; grawitacja ok. $3,5 \cdot 10^{22}$ N, $6 \cdot 10^{13}$ razy więcej. Dla małych ziaren stosunek rośnie jak $1/r$ (powierzchnia do objętości).

Zadania feynmanowskie

1. Na elektron w odległości r działa siła $evB = e\omega rB$ wzdłuż promienia; całkując: $\mathcal{E} = \int_0^R \omega rB dr = \frac{1}{2}\omega BR^2$.
2. Obwód (oś, promień tarczy w miejscu styku, szczotka, przewody) się nie zmienia, strumień przez niego jest stały. „Reguła strumienia” zawodzi, bo materiał, w którym płynie prąd, porusza się względem obwodu; trzeba liczyć siłę Lorentza. (FLP II-17-2)
1. Ruch magnesu zmienia strumień przez pierścienie rury; prądy wirowe hamują go (Lenz) siłą proporcjonalną do prędkości, jak opór lepki. Prędkość graniczna: siła hamująca równa ciężarowi.
2. Siła $\propto \sigma B^2 v$ (siła elektromotoryczna $\propto Bv$, prąd $\propto \sigma Bv$, siła $\propto B \cdot$ prąd), więc $v_{gr} \propto mg/(\sigma B^2)$. W rurze ze stali nierdzewnej (mała przewodność) magnes spada prawie swobodnie. Energia potencjalna zamienia się w ciepło w rurze.
1. Pole indukowane na orbicie: $E \cdot 2\pi R = d\Phi/dt$, więc $dp/dt = eE = \frac{e}{2\pi R} d\Phi/dt$ i $p = e\Phi/2\pi R$ (od zera).
2. Promień stały, gdy $p = eB_{orb}R$. Z porównania $B_{orb} = \Phi/(2\pi R^2) = \frac{1}{2}\bar{B}$, gdzie $\bar{B} = \Phi/\pi R^2$. (FLP II-17-3)
1. Przed wyłączeniem w układzie było pole elektryczne kulek i pole magnetyczne zwojniczy; ich iloczyn $\vec{E} \times \vec{B}$ krąży wokół osi, więc pole niesie moment pędu.
2. Po wyłączeniu prądu pole magnetyczne znika, a moment pędu pola przechodzi na tarczę. Zasada zachowania obowiązuje, jeśli liczyć pęd i moment pędu pola. (FLP II-17-4, II-27-6)
1. Pole elektryczne wzdłuż osi $E = V/l$, magnetyczne na powierzchni $B = \mu_0 I/2\pi a$, prostopadłe do siebie. $S = EB/\mu_0 = VI/(2\pi al)$, skierowane do osi.
2. Przez powierzchnię boczną $2\pi al$ wpływa $S \cdot 2\pi al = VI$: dokładnie moc wydzielana jako ciepło.

(FLP II-27-5)

6. 1. Obie siły maleją jak $1/d^2$, więc wynik nie zależy od odległości. $\frac{L}{4\pi d^2 c} \pi r^2 = \frac{GM}{d^2} \frac{4}{3} \pi r^3 \rho$ daje $r = 3L/(16\pi cGM\rho) \approx 0,3 \mu\text{m}$.
2. Mniejsze ziarna są wydmuchiwane z Układu Słonecznego. (Dla rzeczywistych ziaren rozpraszanie i dyfrakcja zmieniają wynik o czynnik rzędu jedności.)
7. 1. $\nabla \cdot \vec{E} = -kE_{0x} \sin(kx - \omega t) = 0$ dla wszystkich x, t wymaga $E_{0x} = 0$.
2. Dźwięk w gazie jest podłużny: gaz nie stawia oporu ścinaniu, więc nie ma siły, która by podtrzymała drgania poprzeczne. W ciałach stałych fale poprzeczne istnieją (fale S w trzęsieniach ziemi).
8. 1. Spadający po spirali elektron zmieniałby częstotliwość obiegu w sposób ciągły i promieniował widmo ciągłe.
2. Atomy gazu świecą natomiast w ostrych liniach widmowych o ściśle określonych długościach fal (np. czerwona linia wodoru 656 nm). To jeden z faktów, które doprowadziły do mechaniki kwantowej.

Fizyka · Dział 16: Indukcja, równania Maxwella i fale elektromagnetyczne · Źródło: R. P. Feynman, R. B. Leighton, M. Sands, *The Feynman Lectures on Physics*, t. II (Addison-Wesley 1964; New Millennium Edition 2011), rozdz. 16–18, 20, 21, 27; t. I, rozdz. 28, 34. Odnośniki w formacie tom–rozdział–podrozdział. Wszystkie liczby policzone na nowo.