

Prąd i pole magnetyczne

Gdy ładunki płyną, pojawia się nowa siła, która działa tylko na ładunki w ruchu i zawsze prostopadle do ich prędkości. Ten dział zaczyna od prądu, prawa Ohma i praw Kirchhoffa, potem wprowadza siłę Lorentza i pole magnetyczne prądów (Biot-Savart, Ampère), a kończy pokazaniem, że magnetyzm to w gruncie rzeczy elektryczność oglądana z innego układu odniesienia.

CZAS

ok. 4,5 h teorii +
ok. 5 h zadań

ZADANIA

25 zadań w treści
+ 8
feynmanowskich,
z odpowiedziami

ŹRÓDŁO

Feynmana
wykłady z fizyki, t.
II, rozdz. 13, 14,
29

W TYM DZIALE

- 0 Prolog: igła kompasu Ørsted
- 1 Prąd, prawo Ohma i moc
- 2 Obwody: Kirchhoff i RC
- 3 Siła Lorentza
- 4 Pole magnetyczne prądów
- 5 Magnetyzm jako skutek względności
- 6 Metoda i przykłady rozwiązań
- 7 Błędne intuicje
- 8 Zadania feynmanowskie
- 9 Sprawdź się
- 10 Karta wzorów i co dalej

Prolog: igła kompasu Ørsteda

W 1820 r. Hans Christian Ørsted pokazał, że przewód z prądem z baterii Volty odchyła igłę kompasu ustawioną obok niego. Igła nie wskazywała ani w stronę przewodu, ani od niego, tylko ustawiała się prostopadle: siła działała „w kółko”. Kilka tygodni później Ampère pokazał, że dwa przewody z prądem przyciągają się, gdy prądy płyną w tę samą stronę, i odpychają przy prądach przeciwnych. Magnes przestał być osobnym zjawiskiem: magnetyzm wytwarzają ładunki w ruchu.

Niecałe sto lat później okazało się coś jeszcze dziwniejszego. Elektrony w przewodzie płyną z prędkością ułamka milimetra na sekundę, a mimo to wytwarzają siły, które obracają silniki tramwajów. Feynman pokazuje, że te siły to efekt teorii względności, poprawka rzędu $(v/c)^2$ do siły elektrycznej. Widać ją tylko dlatego, że w przewodzie ogromne siły elektryczne ładunków dodatnich i ujemnych prawie idealnie się znoszą. FLP II-13-6

Pytanie na start. Elektrony w przewodzie lampy płyną z prędkością kilku setnych milimetra na sekundę. Dlaczego lampa zapala się natychmiast po przekręceniu włącznika? Odpowiedź w części 1.

1

Prąd, prawo Ohma i moc

Natężenie prądu to ładunek przepływający przez przekrój przewodu w jednostce czasu, $I = dQ/dt$; jednostka: amper, $1 \text{ A} = 1 \text{ C/s}$. Lokalnie opisuje go **gęstość prądu** $\vec{j} = nq\vec{v}_d$: liczba nośników w jednostce objętości razy ich ładunek razy średnia prędkość unoszenia (**prędkość dryfu**). Ładunek jest zachowany, więc ile wypłynie z objętości, o tyle zmaleje ładunek w środku:

FLP II-13-2

⚡ PRAWO · ZACHOWANIE ŁADUNKU (RÓWNANIE CIĄGŁOŚCI)

$$\oint \vec{j} \cdot d\vec{A} = -\frac{dQ_{\text{wewn}}}{dt}, \quad \nabla \cdot \vec{j} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}.$$

Dla prądów stałych $\nabla \cdot \vec{j} = 0$: ile prądu wpływa do węzła, tyle wypływa (pierwsze prawo Kirchhoffa).

Prędkość dryfu jest zaskakująco mała. W miedzi jest ok. $8,5 \cdot 10^{28}$ elektronów przewodnictwa na metr sześcienny; przy prądzie 1 A w drucie o przekroju 1 mm^2 dryfują one z prędkością ok. 0,07 mm/s, przebycie metra zajmuje im prawie 4 godziny (przykład 15.1). Odpowiedź na pytanie z prologu: po zamknięciu obwodu nie czekamy, aż elektrony z włącznika dotrą do lampy. Pole elektryczne ustala się wzdłuż całego przewodu w czasie, w jakim światło (a dokładniej fala elektromagnetyczna biegnąca wzdłuż przewodów) pokona jego długość, i elektrony ruszają wszędzie naraz, jak woda w pełnej rurze.

1.1 Prawo Ohma

W większości przewodników gęstość prądu jest proporcjonalna do pola: elektrony są przyspieszane przez pole, ale co ok. 10^{-14} s zderzają się z drganiami sieci i defektami, tracąc ukierunkowaną prędkość. Średnio płyną więc ze stałą prędkością dryfu proporcjonalną do pola, jak kulka w lepkim płynie (dział 10 „Płyny: ciśnienie, przepływ, lepkość i siły aerodynamiczne”).

PRAWO · OHMA

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}, \quad V = IR, \quad R = \rho \frac{L}{A}, \quad P = VI = I^2 R = \frac{V^2}{R}.$$

σ to przewodność właściwa, $\rho = 1/\sigma$ opór właściwy (miedź $1,7 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$, szkło ok. $10^{12} \Omega \cdot \text{m}$). Jednostka oporu: Ω , $1 \Omega = 1 \text{ V/A}$. Moc P wydzielą się w oporniku jako ciepło (ciepło Joule'a).

Prawo Ohma nie jest prawem przyrody na równi z prawem Gaussa, tylko własnością materiałów, i to nie wszystkich: dioda, żarówka (opór włókna rośnie z temperaturą) czy gaz w świetlówce mu nie podlegają. Wzór na moc $P = I^2 R$ wyjaśnia, dlaczego energię przesyła się pod wysokim napięciem: przy tej samej mocy $P = VI$ wyższe napięcie oznacza mniejszy prąd, a straty w liniach rosną z kwadratem prądu (przykład 15.2).

PUŁAPKA · PRĄD SIĘ NIE „ZUŻYWA”

Do żarówki wpływa dokładnie taki sam prąd, jaki z niej wypływa. Zużywa się energia: ładunki tracą w żarówce energię potencjalną. Prąd płynie od wyższego potencjału do niższego; elektrony, jako ładunki ujemne, przesuwają się przy tym ku wyższemu potencjałowi, co dla nich też oznacza spadek energii. Bateria nie jest też źródłem elektronów; jest pompą, która podnosi ich energię i przenosi je z powrotem na „wyższy poziom”.

ZADANIA · CZĘŚĆ 1

5 zadań · ok. 30 min

- 1 Ile elektronów na sekundę przepływa przez przekrój przewodu, w którym płynie prąd 1 A?
- 2 Jaki opór ma 100 m przewodu miedzianego o przekroju $2,5 \text{ mm}^2$? Jaki spadek napięcia daje na nim prąd 16 A?
- 3 Czajnik ma moc 2 kW przy 230 V. Jaki prąd pobiera i jaki ma opór?

- 4 Z prawa Ohma $j = \sigma E$ i modelu zderzeń (czas między zderzeniami τ) wyprowadź $\sigma = ne^2\tau/m$. Oszacuj τ dla miedzi.

- 5 Akumulator samochodowy 12 V ma pojemność 60 Ah. Ile energii zgromadził? Ile razy więcej niż kondensator 1000 μF przy 16 V z działu 14?

▢▢ podstawowe ▢▢ średnie ▢▢▢ feynmanowskie

2 Obwody: Kirchhoff i RC

Źródło napięcia (bateria, prądnica, zasilacz) przenosi ładunek przez swoje wnętrze wbrew polu elektrycznemu, wykonując przy tym pracę. Praca na jednostkę ładunku to **siła elektromotoryczna** (SEM) $\mathcal{E}$ (mimo nazwy to napięcie, w woltach). Rzeczywista bateria ma też **opór wewnętrzny** r , więc napięcie na jej zaciskach przy prądzie I wynosi $\mathcal{E} - Ir$.

⚡ PRAWA · KIRCHHOFFA

Węzły: suma prądów wpływających do węzła równa się sumie wypływających (zachowanie ładunku). **Oczka:** suma sił elektromotorycznych w zamkniętym oczku równa się sumie spadków napięcia IR (pole elektrostatyczne jest potencjalne, dział 14 „Potencjał, przewodniki i kondensatory”). FLP II-22-3

$$R_{\text{szereg}} = R_1 + R_2, \quad \frac{1}{R_{\text{równol}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}.$$

Z tymi dwoma prawami każdy obwód z oporników i źródeł sprowadza się do układu równań liniowych (lekcja 2.1 Macierze, wyznaczniki i układy równań). Przy oporach połączonych szeregowo płynie ten sam prąd, na połączonych równolegle panuje to samo napięcie.

2.1 Obwód RC

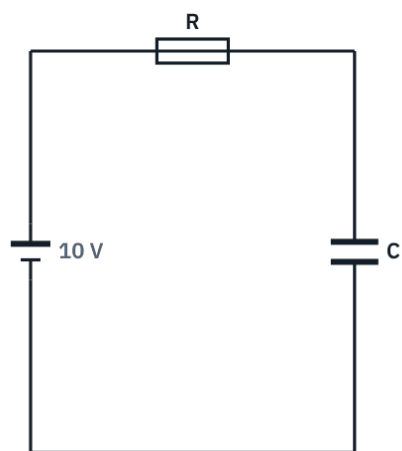
Kondensator ładowany z baterii przez opornik: napięcie na kondensatorze $V_C = q/C$, a prąd $I = (\mathcal{E} - q/C)/R$. Z równania $dq/dt = (\mathcal{E} - q/C)/R$ (lekcja 4.1 Równania różniczkowe zwyczajne) wynika wykładnicze zbliżanie się do stanu końcowego:

WYNIK · ŁADOWANIE I ROZŁADOWANIE KONDENSATORA

$$V_C(t) = \mathcal{E}(1 - e^{-t/RC}), \quad I(t) = \frac{\mathcal{E}}{R}e^{-t/RC}; \quad \text{rozładowanie: } V_C = V_0 e^{-t/RC}.$$

Stała czasowa $\tau = RC$ ($\Omega \cdot F = s$). Po czasie τ do stanu końcowego brakuje 37%, po 5τ mniej niż 1%.

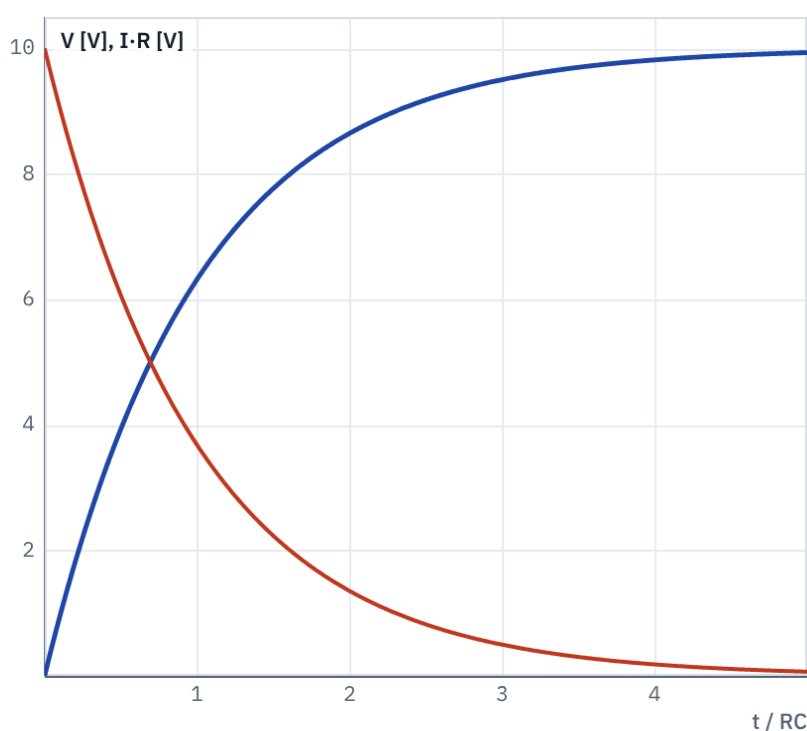
SYMULACJA 1 Obwód RC z baterią 10 V: przebieg napięcia na kondensatorze i prądu (jako IR) oraz bilans energii. Zmień opór i sprawdź, co dzieje się z ciepłem wydzielonym podczas ładowania.



praca baterii: 9,93 mJ

energia w C: 4,93 mJ

ciepło w R: 5,00 mJ



— napięcie na kondensatorze — prąd — energia w kondensatorze — ciepło w oporniku

$\tau = RC$ 1,000 s

t 5,000 s = 5,00 τ

V na C 9,933 V

prąd 0,007 mA

praca baterii 9,93 mJ

energia w C 4,93 mJ

ciepło w R 5,00 mJ

Kondensator jest prawie naładowany. Bateria wykonała pracę 9,93 mJ, z czego połowa jest w kondensatorze, a połowa poszła w ciepło, niezależnie od wartości R. Zmień R i sprawdź.

Stan na rysunku: $R = 10,00 \text{ k}\Omega$, $C = 100 \text{ }\mu\text{F}$, $\tau = 1,000 \text{ s}$, ładowanie, $t = 5,00 \tau$, $V = 9,933 \text{ V}$; praca baterii 9,93 mJ, ciepło 5,00 mJ.

DLACZEGO TO DZIAŁA?

Podczas ładowania bateria oddaje pracę $\mathcal{E}Q = C\mathcal{E}^2$, a kondensator przyjmuje $\frac{1}{2}C\mathcal{E}^2$. Ciepło w oporniku to $\int I^2 R dt = (\mathcal{E}^2/R) \int_0^\infty e^{-2t/RC} dt = \frac{1}{2}C\mathcal{E}^2$, niezależnie od R : przy małym oporze płynie duży prąd przez krótki czas. To rozwiązuje zagadkę „połowy energii” z działu 14.

ZADANIA · CZĘŚĆ 2

5 zadań · ok. 35 min

- 1 Bateria 9 V o oporze wewnętrznym 1,5 Ω zasila opornik 10 Ω . Jaki płynie prąd i jakie jest napięcie na zaciskach?

- 2 Oporniki 6 Ω i 3 Ω połączono równolegle, a do nich szeregowo opornik 2 Ω . Całość zasila 12 V. Jakie prądy płyną przez każdy opornik?

- 3 Przy jakim oporze obciążenia bateria o SEM $\mathcal{E}$ i oporze wewnętrznym r oddaje największą moc? Ile wynosi wtedy sprawność?

- 4 Kondensator 100 μF rozładowuje się przez opornik 10 k Ω . Po jakim czasie napięcie spadnie do 1% początkowego?

- 5 Lampa błyskowa: kondensator 200 μF ładowany do 300 V przez opornik 2 k Ω . Ile trwa ładowanie (do 99%) i ile energii zgromadzi kondensator? Ile ciepła wydzieli się przy ładowaniu?


 podstawowe  średnie  feynmanowskie

3 Siła Lorentza

Siłę działającą na ładunek w danym punkcie można zawsze zapisać za pomocą dwóch wektorów: pola elektrycznego $\vec{E}$ i **pola magnetycznego** $\vec{B}$ (w polskich podręcznikach: indukcji magnetycznej; jak Feynman nazywamy je po prostu polem). Część siły zależy od prędkości ładunku, i to w szczególny sposób: jest do niej prostopadła. FLP II-13-1

PRAWO · SIŁA LORENTZA

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}), \quad d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B} \quad (\text{na element przewodu z prądem}).$$

Jednostka B : tesla, $1 \text{ T} = 1 \text{ N}/(\text{A} \cdot \text{m})$. Pole Ziemi ma ok. $50 \mu\text{T}$, magnes neodymowy przy powierzchni ok. $0,5 \text{ T}$, tomograf rezonansu magnetycznego $1,5\text{--}3 \text{ T}$. Siła magnetyczna jest prostopadła do prędkości, więc **nie wykonuje pracy**: zmienia kierunek ruchu, nie wartość prędkości. FLP II-13-3

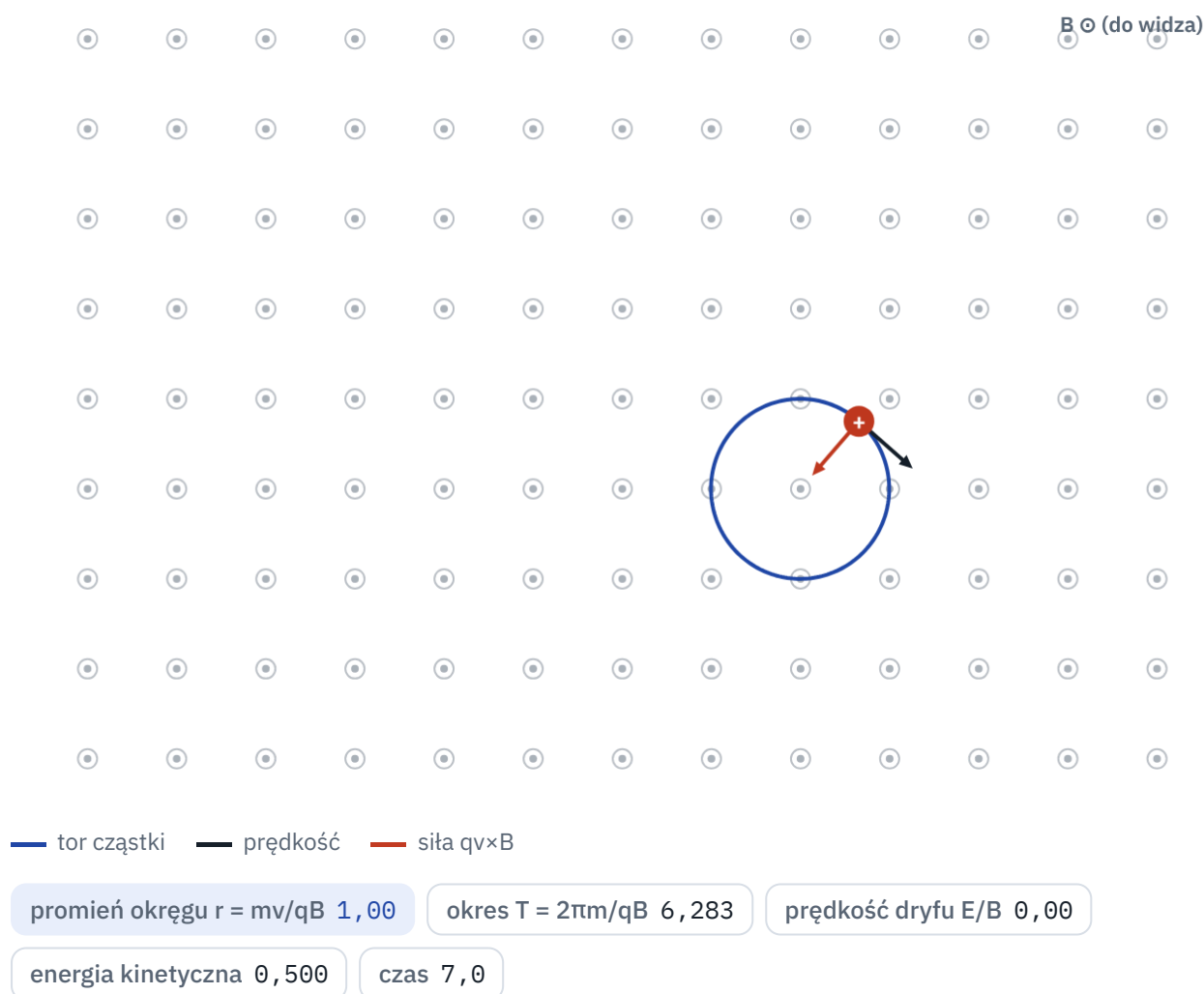
W jednorodnym polu magnetycznym ładunek poruszający się prostopadle do $\vec{B}$ krąży po okręgu: siła qvB jest siłą dośrodkową mv^2/r , więc

$$r = \frac{mv}{qB} = \frac{p}{qB}, \quad \omega = \frac{qB}{m}, \quad T = \frac{2\pi m}{qB}.$$

Okres nie zależy od prędkości: szybsza cząstka zatacza większy okrąg w tym samym czasie. Na tym opiera się cyklotron (Lawrence, 1931), w którym cząstki co pół obiegu są przyspieszane przez zmienne napięcie o stałej częstotliwości. Elektron ma częstotliwość cyklotronową 28 GHz na tesłę. Składowa prędkości wzdłuż pola się nie zmienia, więc ogólny tor to linia śrubowa nawinięta na linię pola. Tak naładowane cząstki z magnetosfery (zasilanej wiatrem słonecznym) wędrują wzdłuż linii pola Ziemi do okolic biegunów, gdzie wywołują zorze. FLP II-29-1

Ze wzoru $r = p/qB$ wynika sposób mierzenia pędu: wystarczy zmierzyć krzywiznę toru w znanym polu. Tak robią detektory w akceleratorach, a J. J. Thomson (1897) połączył pole magnetyczne z elektrycznym i zmierzył stosunek e/m elektronu. W skrzyżowanych polach $\vec{E} \perp \vec{B}$ ładunki obu znaków dryfują z prędkością E/B w kierunku $\vec{E} \times \vec{B}$; cząstki o prędkości dokładnie E/B przelatują prosto (selektor prędkości). FLP II-29-8

SYMULACJA 2 Ładunek w jednorodnym polu magnetycznym skierowanym do widza. Bez pola elektrycznego krąży po okręgu ze stałą energią; po włączeniu pola $\vec{E}$ (w górę) zaczyna dryfować w bok. Porównaj ładunek dodatni i ujemny.



Siła $qv \times B$ jest prostopadła do prędkości: zmienia kierunek ruchu, ale nie wartość prędkości, więc nie wykonuje pracy (energia stała). Ładunek dodatni krąży zgodnie z ruchem wskazówek zegara. Okres nie zależy od prędkości: na tym opiera się cyklotron.

Stan na rysunku: ładunek dodatni, $v_0 = 1,00$, $E = 0,00$ (jednostki: $m = |q| = B = 1$); czas 7,0, energia kinetyczna 0,500.

Na pętli z prądem w polu magnetycznym działa moment siły $\vec{M} = \vec{\mu} \times \vec{B}$, gdzie $\vec{\mu} = I A \hat{n}$ to **moment magnetyczny** pętli (prąd razy pole powierzchni, kierunek z reguły prawej dłoni). Pętla ustawia się tak, by $\vec{\mu}$ wskazywał wzdłuż $\vec{B}$, jak igła kompasu; energia wynosi $-\vec{\mu} \cdot \vec{B}$. Na tym działa silnik elektryczny: komutator odwraca prąd co pół obrotu, by moment działał zawsze w tę samą stronę. (FLP II-15-1)

- 1 Proton o energii 1 MeV porusza się prostopadłe do pola 1 T. Jaki jest promień jego toru i częstotliwość obiegu?
- 2 Przewód o długości 1 m z prądem 10 A leży prostopadłe do pola Ziemi 50 μT . Jaka siła na niego działa?
- 3 Selektor prędkości ma pole elektryczne 10^4 V/m i magnetyczne 0,01 T. Jakie jony przelecą bez odchylenia? Czy zależy to od ich ładunku i masy?
- 4 Cewka ma 100 zwojów o polu 10 cm^2 , płynie przez nią 1 A, a leży w polu 0,1 T. Jaki jest największy moment siły? W jakim położeniu cewka jest w równowadze trwałej?
- 5 Elektron w kineskopie (25 keV) leci w polu Ziemi ok. 50 μT , prostopadłym do wiązki. Jaki jest promień krzywizny toru? O ile odchyli się na drodze 30 cm?

▣▣ podstawowe ▣▣▣ średnie ▣▣▣▣ feynmanowskie

4 Pole magnetyczne prądów

Źródłem pola magnetycznego są prądy. Każdy element przewodu $I d\vec{l}$ daje wkład opisany **prawem Biota-Savarta**, odpowiednikiem prawa Coulomba: FLP II-14-7

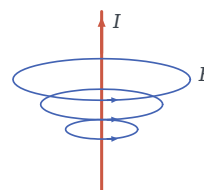
⚡ PRAWO · BIOTA-SAVARTA I JEGO SKUTKI

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}, \quad B_{\text{przewód}} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}, \quad B_{\text{środek pętli}} = \frac{\mu_0 I}{2R}.$$

$\mu_0 \approx 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T}\cdot\text{m/A}$, przy czym $\mu_0 \epsilon_0 = 1/c^2$. Linie pola prostego przewodu to okręgi wokół niego, skierowane zgodnie z regułą prawej dłoni (kciuk wzdłuż prądu, zgięte palce wskazują kierunek $\vec{B}$).

Jak dla pola elektrycznego, istnieją dwa prawa „całkowe”, z których przy odpowiedniej symetrii pole wynika w jednej linijce. Strumień $\vec{B}$ przez każdą zamkniętą powierzchnię jest zerowy: nie ma ładunków magnetycznych, linie pola są zamknięte (nie kończą się na biegunach magnesu, tylko biegną dalej w jego wnętrzu). A cyrkulacja $\vec{B}$ po zamkniętej pętli zależy tylko od prądu przez nią przechodzącego:

FLP II-13-4



⚡ PRAWA · MAGNETOSTATYKI

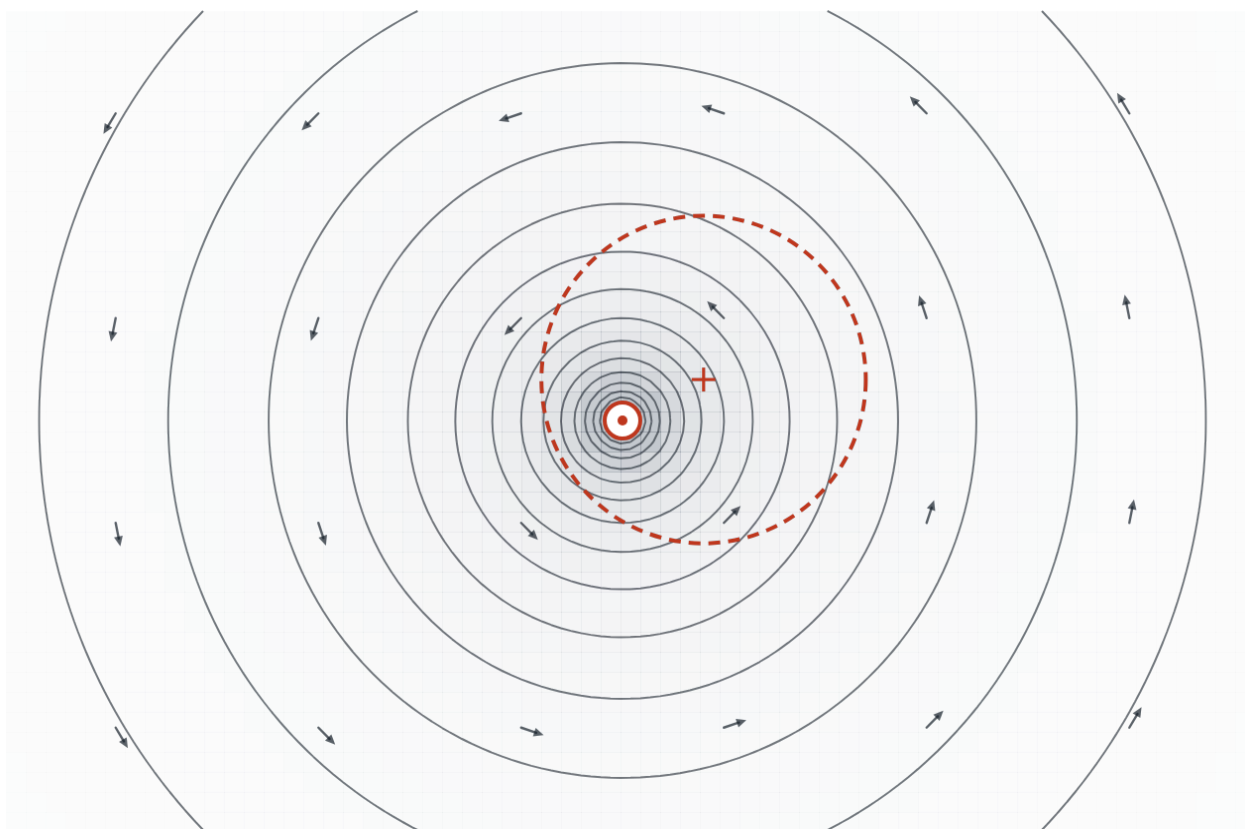
$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0, \quad \oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I_{\text{obj}}; \quad \nabla \cdot \vec{B} = 0, \quad \nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j}.$$

Postać różniczkowa wynika z całkowej przez twierdzenia Gaussa i Stokesa (lekcja 3.6 Twierdzenia Greena, Stokesa i Gaussa). Prawo Ampère'a w tej postaci obowiązuje tylko dla prądów stałych; w dziale 16 „Indukcja, równania Maxwella i fale elektromagnetyczne” Maxwell doda do niego jeden wyraz. Feynman pisze je jako $c^2 \oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = I/\epsilon_0$, co jest tym samym.

Przykłady: pętla Ampère'a w kształcie okręgu wokół prostego przewodu daje od razu $B \cdot 2\pi r = \mu_0 I$. Dla długiej zwojnicy (solenoidu) o n zwojach na metr pole wewnątrz jest jednorodne, a na zewnątrz prawie zerowe; prostokątna pętla, której jeden bok jest w środku, a drugi na zewnątrz, daje $B = \mu_0 n I$. FLP II-13-5

SYMULACJA 3

Pole magnetyczne prostych przewodów widziane w przekroju (gęstość linii odpowiada wartości pola) i pętla Ampère'a. Przesuwaj pętlę i zmieniaj jej promień: cyrkulacja $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s}$ zmienia się tylko wtedy, gdy przewód wchodzi do pętli albo z niej wychodzi.



— prąd do widza $\odot$ — prąd od widza $\otimes$ — linie pola B — pętla Ampère'a

$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} / \mu_0$ 1,000 I

prąd objęty pętlą 1 I

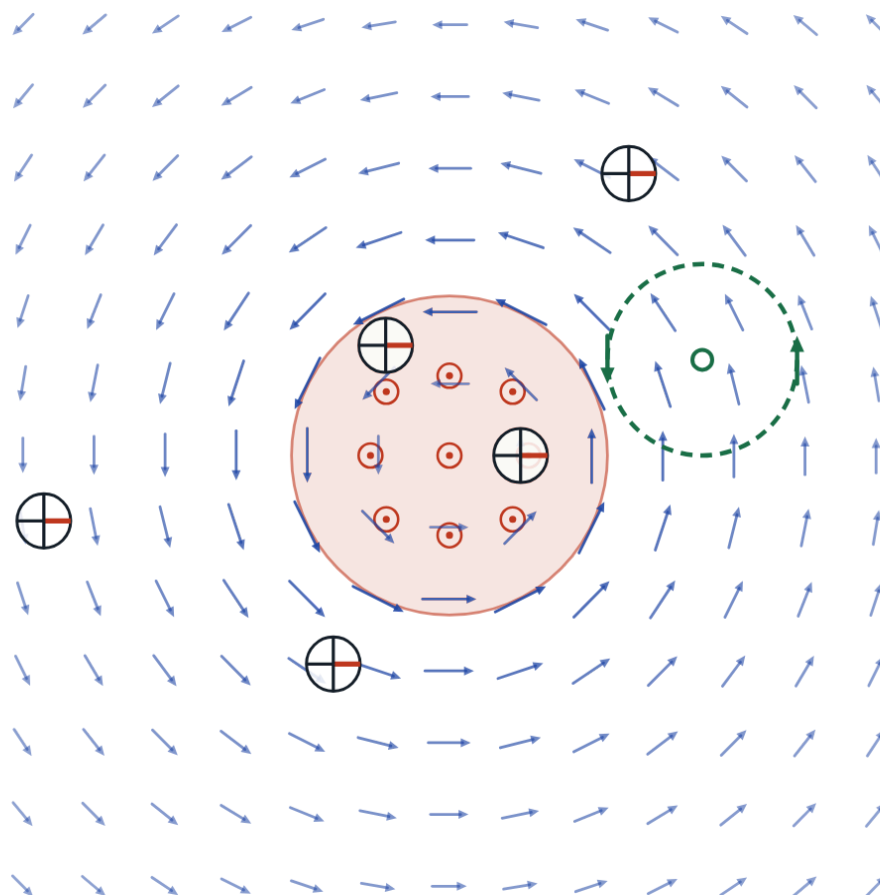
$|\vec{B}|$ w środku pętli 1,118 $\mu_0 I / 2\pi a$

Linie pola prostego przewodu to okręgi, a wartość pola maleje jak $1/r$. Cyrkulacja B po pętli zależy tylko od prądu, który pętla obejmuje, a nie od jej położenia ani od prądów na zewnątrz: to prawo Ampère'a.

Stan na rysunku: 1 przewód z prądem $\pm I$; pętla o promieniu 1,60 a ze środkiem w (0,8; 0,4); $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = 1,000 \mu_0 I$, prąd objęty 1 I.

SYMULACJA 4

Pole wirowe w przekroju grubego przewodu z prądem płynącym do widza. Wewnątrz przewodu B rośnie jak r , na zewnątrz maleje jak $1/r$. Rotacja $\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$ jest niezerowa tylko tam, gdzie płynie prąd (czerwone koło). Przeciągnij pętlę: cyrkulacja zależy tylko od prądu, który pętla obejmuje. Animacja pokazuje koła łopatkowe niesione przez pole (to analogia matematyczna, pole nie jest przepływem): wewnątrz obracają się, na zewnątrz krążą, ale się nie obracają.



— pole (strzałki) — obszar, gdzie rotacja $\neq 0$ — pętla całkowania — koła łopatkowe

$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l}$ (numerycznie) 0,000

$\mu_0 I$ wewnątrz pętli = 2 · pole części wspólnej 0,000

część prądu w pętli 0%

rot B w środku pętli 0

Pętla nie obejmuje prądu. Linie pola wyraźnie krążą wokół przewodu, ale cyrkulacja po tej pętli to zero: rotacja poza przewodem jest zerowa. Uruchom animację: koła łopatkowe na zewnątrz krążą wokół przewodu, ale się nie obracają; w środku obracają się razem z polem.

Stan na rysunku: pole B przewodu, pętla o środku (1,60; 0,60) i promieniu 0,60, cyrkulacja 0,000.

Dwa równoległe przewody odległe o d działają na siebie siłą $\mu_0 I_1 I_2 / (2\pi d)$ na metr długości: przyciągają się przy prądach zgodnych, odpychają przy przeciwnych. Do 2019 r. tak definiowano

amper: prąd, który w dwóch nieskończenie długich, cienkich, równoległych przewodach w próżni oddległych o metr daje siłę $2 \cdot 10^{-7}$ N na metr. Dziś amper wynika z ustalonej wartości ładunku elementarnego, a μ_0 stała się wielkością mierzoną; różni się od $4\pi \cdot 10^{-7}$ o mniej niż 10^{-9} względnie.

SKĄD TO WIEMY?

Biot i Savart (1820) mierzyli okres drgań igły magnetycznej przy długim przewodzie: kwadrat częstotliwości drgań jest proporcjonalny do pola, a ono okazało się odwrotnie proporcjonalne do odległości. Ampère w latach 1820–1826 zbudował serię „przypadków równowagi”: układów przewodów, w których siły znoszą się dokładnie, i z nich wyprowadził prawo siły między elementami prądu.

ZADANIA · CZĘŚĆ 4

5 zadań · ok. 35 min

- 1 Jakie pole wytwarza prąd 10 A w odległości 1 cm od przewodu? Porównaj z polem Ziemi.

- 2 Zwojnica ma 1000 zwojów na metr i płynie przez nią prąd 1 A. Jakie jest pole w środku?

- 3 Prąd I płynie równomiernie w długim przewodzie o promieniu R . Wyznacz pole wewnątrz i na zewnątrz.

- 4 Z prawa Biota-Savarta wyprowadź pole w środku kołowej pętli o promieniu R . Oblicz je dla $R = 5$ cm i $I = 1$ A.

- 5 Dwa przewody linii przesyłowej oddległe o 1 m niosą prądy po 1000 A w przeciwnie strony. Jaka siła działa na metr przewodu? Co dzieje się przy zwarcu, gdy prąd wzrasta 20 razy?


 podstawowe  średnie  feynmanowskie

5 Magnetyzm jako skutek względności

Weźmy przewód z prądem i ładunek ujemny lecący równoległe do niego z prędkością v , w tę samą stronę co elektrony w przewodzie. W układzie laboratorium przewód jest obojętny, więc siła elektryczna jest zerowa, a siła magnetyczna przyciąga ładunek do przewodu. Przejdźmy teraz do układu, w którym ładunek spoczywa. Spoczywający ładunek nie czuje siły magnetycznej, a skoro w jednym układzie jest przyciągany, to w drugim też musi być. Skąd siła? FLP II-13-6

Z kontrakcji długości (dział 7 „Układy odniesienia i szczególna teoria względności”). W układzie ładunku jony przewodu poruszają się, więc odstępy między nimi skracają się γ razy, a ich gęstość rośnie. Elektrony mają w nim prędkość $u' = (u - v)/(1 - uv/c^2)$; w przypadku rozważanym przez Feynmana, $v = u$, spoczywają, a ich odstępy rozciągają się do odstępów spoczynkowych. W ogólnym przypadku zagęszczenie jonów zawsze przeważa nad zagęszczeniem elektronów. Przewód, obojętny w laboratorium, w układzie ładunku jest naładowany dodatnio i przyciąga ładunek ujemny siłą elektryczną. Rachunek daje gęstość ładunku netto $\lambda' = \gamma \lambda_0 uv/c^2$, a po przeliczeniu siły z powrotem do laboratorium wychodzi dokładnie qvB .

🔑 WYNIK · POLA W RÓŻNYCH UKŁADACH

Pole elektryczne i magnetyczne nie są osobnymi bytami: to, co w jednym układzie jest czystym polem magnetycznym, w innym jest częściowo elektryczne. Gęstość ładunku i gęstość prądu transformują się razem, jak czas i położenie: $\rho' = \gamma(\rho - vj_x/c^2)$, $j'_x = \gamma(j_x - v\rho)$. FLP II-13-7

SYMULACJA 5

Przewód z prądem w układzie laboratorium i w układzie poruszającego się ładunku próbnego. Prędkości są ogromnie przesadzone, żeby kontrakcję długości było widać. Porównaj siłę magnetyczną w laboratorium z siłą elektryczną w układzie ładunku.

Układ laboratorium: drut obojętny, ładunek próbny leci z prędkością v



Układ ładunku próbnego: ładunek stoi, drut jest naładowany



— jony dodatnie — elektrony przewodnictwa — ładunek próbny (ujemny)

gęstość jonów (ukł. ładunku) $1,1547 \lambda_0$

gęstość elektronów (ukł. ładunku) $0,8660 \lambda_0$

ładunek netto drutu $0,2887 \lambda_0$

siła magnetyczna (lab.) $0,2500 F_0$

siła elektryczna / γ $0,2500 F_0$

W układzie laboratorium drut jest obojętny, a na poruszający się ładunek działa siła magnetyczna. W układzie ładunku jony poruszają się, więc ich odstępki kurczą się γ razy, a elektrony poruszają się wolniej niż w laboratorium, więc ich odstępki są większe. Drut ma ładunek dodatni netto i przyciąga ładunek próbny siłą elektryczną. Po przeliczeniu siły do układu laboratorium (dzielenie przez γ) wychodzi dokładnie siła magnetyczna.

Stan na rysunku: elektrony w drucie $u = 0,50 c$, ładunek próbny $v = 0,50 c$; w układzie ładunku drut ma ładunek $0,2887 \lambda_0$ na jednostkę długości; siła $0,2500 F_0$ ($F_0 = q\lambda_0/2\pi\epsilon_0 r$).

Dlaczego tak mały efekt, rzędu uv/c^2 , jest tak łatwo zauważalny? Bo w przewodzie siedzi ogromny ładunek: w metrze drutu miedzianego o przekroju 1 mm^2 elektrony przewodnictwa niosą ok. $-14\,000 \text{ C}$, skompensowane przez jony. Gdyby ten ładunek nie był zrównoważony, siły byłyby niewyobrażalne (dział 13 „Pole elektryczne i prawo Gaussa”). Poprawka względnościowa do czegoś tak wielkiego to wciąż całkiem spora siła.

5.1 Efekt Halla

W płytce z prądem umieszczonej w polu magnetycznym siła Lorentza spycha nośniki ładunku na jeden brzeg. Gromadzą się tam, aż ich pole elektryczne zrównoważy siłę magnetyczną. Między brzegami pojawia się napięcie Halla $V_H = IB/(nqt)$, gdzie t to grubość płytki. Jego znak mówi, jaki znak mają nośniki: w niektórych metalach i w półprzewodnikach typu p wychodzi dodatni, jakby prąd niesły dodatnie „dziury”. W metalach n jest ogromne i V_H jest mikroskopijne; w półprzewodnikach dużo większe, dlatego hallotrony z półprzewodników mierzą pole magnetyczne w wielu smartfonach (kompas, czujnik zamknięcia etui). FLP III-14-3

ZADANIA · CZĘŚĆ 5

5 zadań · ok. 35 min

- 1 Ile wynosi stosunek uv/c^2 dla dryfu elektronów w miedzi (prąd 1 A w 1 mm²) i ładunku poruszającego się z tą samą prędkością?

- 2 Sprawdź wzór $\lambda' = \gamma_v \lambda_0 uv/c^2$. Wskazówka: elektrony mają w swoim układzie spoczynkowym gęstość λ_0/γ_u , a w układzie ładunku prędkość $u' = (u - v)/(1 - uv/c^2)$; użyj tożsamości $\gamma_{u'} = \gamma_u \gamma_v (1 - uv/c^2)$.

- 3 Jaki ładunek niosą elektrony przewodnictwa w 1 m drutu miedzianego o przekroju 1 mm²?

- 4 Jakie napięcie Halla powstaje w płytce miedzianej o grubości 0,1 mm, przez którą płynie 1 A w polu 1 T?

- 5 Dwie równoległe wiązki elektronów w próżni lecą obok siebie z prędkością v . Pokaż, że stosunek przyciągania magnetycznego do odpychania elektrycznego to v^2/c^2 . Co z tego wynika dla wiązek ultrarelatywistycznych?


 podstawowe  średnie  feynmanowskie

☰ METODA DLA PRĄDÓW I PÓŁ MAGNETYCZNYCH

1. **Obwody:** oznacz prądy w gałęziach, zapisz prawa węzłów i oczek, rozwiąż układ równań; ujemny wynik oznacza przeciwny kierunek.
2. **Ruch ładunku:** rozłóż prędkość na składowe wzdłuż i w poprzek $\vec{B}$; w poprzek okrąg $r = p/qB$, wzdłuż ruch jednostajny.
3. **Pole z symetrii:** prawo Ampère'a z pętlą wzdłuż linii pola (przewód, zwojnica, toroid); bez symetrii Biot-Savart.
4. **Kierunki:** reguła prawej dłoni dla $\vec{v} \times \vec{B}$ i dla pola prądu; pamiętaj o znaku ładunku.
5. **Siły i momenty:** $I\vec{L} \times \vec{B}$, $\vec{\mu} \times \vec{B}$, energia $-\vec{\mu} \cdot \vec{B}$.
6. **Sprawdzenie:** $\mu_0/2\pi = 2 \cdot 10^{-7} \text{ T}\cdot\text{m/A}$; siła magnetyczna nie zmienia energii kinetycznej.

Przykład 15.1

Jak wolno płyną elektrony

Przez miedziany drut o przekroju 1 mm^2 płynie prąd 1 A . Z jaką prędkością dryfują elektrony ($n = 8,5 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3}$)? Porównaj z prędkością ich chaotycznego ruchu (prędkość Fermiego, rzędu 10^6 m/s ; wynika z zakazu Pauliego, a nie z temperatury).

- 1 $v_d = I/(neA) = 1/(8,5 \cdot 10^{28} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{-6}) \approx 7,4 \cdot 10^{-5} \text{ m/s}$.
- 2 Metr przebywają w ok. 3,8 h. Ich chaotyczne prędkości są ok. 10^{10} razy większe.

Wynik: ok. 0,07 mm/s. Prąd to bardzo powolne unoszenie roju bardzo szybkich elektronów.

Sprawdzenie: $j = 10^6 \text{ A/m}^2$, $nev_d = 8,5 \cdot 10^{28} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 7,4 \cdot 10^{-5} \approx 10^6 \checkmark$.

Przykład 15.2

Dlaczego linie przesyłowe mają 400 kV

Elektrownia przesyła moc 100 MW linią o oporze 10 Ω . Jakie są straty przy napięciu 400 kV, a jakie przy 20 kV?

- 1 400 kV: $I = P/V = 250$ A, straty $I^2 R = 0,625$ MW, ok. 0,6%.
- 2 20 kV: $I = 5000$ A, straty 250 MW, więcej niż przesyłana moc: przesył byłby niemożliwy.

Wynik: straty są odwrotnie proporcjonalne do kwadratu napięcia. Dlatego energię przesyła się pod wysokim napięciem, a obniża je dopiero blisko odbiorców (transformatory, dział 16 „Indukcja, równania Maxwella i fale elektromagnetyczne”).

Sprawdzenie: stosunek strat $(400/20)^2 = 400 \checkmark$.

Przykład 15.3

Promień Wielkiego Zderzacza Hadronów

Protony w LHC mają energię 7 TeV (projektowo), a magnesy zakrzywiające pole 8,33 T. Jaki jest promień krzywizny toru? Obwód tunelu wynosi 26,7 km; jaka część obwodu musi być wypełniona magnesami?

- 1 Dla cząstki ultrarelatywistycznej $p = E/c$: $r = p/eB = 7 \cdot 10^{12}$ eV / ($c \cdot 8,33$ T) $\approx 2,8$ km.
- 2 Okrąg o promieniu 2,8 km ma obwód 17,6 km, ok. dwie trzecie tunelu; reszta to proste odcinki z detektorami, wnękami przyspieszającymi i ogniskowaniem.

Wynik: ok. 2,8 km. Energia akceleratora kołowego jest ograniczona iloczynem pola magnesów i rozmiaru tunelu.

Sprawdzenie: w jednostkach praktycznych $r[\text{m}] = p[\text{GeV}/c] / (0,3 B[\text{T}]) = 7000/2,5 = 2800 \checkmark$.

Przykład 15.4

Zorza polarna

Elektrony o energii 1 keV i protony o tej samej energii poruszają się w polu Ziemi $50 \mu\text{T}$. Jakie są promienie ich spiral?

- 1 Elektron: $p = \sqrt{2mE} \approx 1,7 \cdot 10^{-23} \text{ kg}\cdot\text{m/s}$, $r = p/eB \approx 2,1 \text{ m}$.
- 2 Proton: masa 1836 razy większa, pęd $\sqrt{1836} \approx 43$ razy większy: $r \approx 91 \text{ m}$.

Wynik: metry i dziesiątki metrów, nie wobec tysięcy kilometrów, na których zmienia się pole Ziemi. Cząstki „nawijają się” na linie pola i wędrują wzdłuż nich ku biegunom; w górnej atmosferze pobudzają atomy tlenu i azotu do świecenia.

Sprawdzenie: stosunek promieni $\sqrt{m_p/m_e} \approx 43$, a $91/2,1 \approx 43 \checkmark$.

Przykład 15.5

Magnes tomografu

Tomograf rezonansu magnetycznego ma w środku pole 3 T. Jaki iloczyn nI (amperozwoje na metr) jest potrzebny w długiej zwojnicy? Czy da się to zrobić zwykłą miedzią?

- 1 $nI = B/\mu_0 \approx 2,4 \cdot 10^6 \text{ A/m}$, np. 1000 zwojów na metr po 2400 A.
- 2 W miedzi przy gęstości prądu kilku A/mm² trzeba by setek milimetrów kwadratowych przekroju na zwój, a ciepło Joule'a sięgałoby megawatów.

Wynik: dlatego magnesy tomografów są nadprzewodzące, chłodzone ciekłym helem: prąd płynie w nich bez oporu latami, bez zasilania.

Sprawdzenie: rzeczywiste magnesy tomografów mają kilka warstw uzwojenia z drutu nadprzewodzącego, z prądami rzędu kilkuset amperów i tysiącami zwojów $\checkmark$.

Przykład 15.6

Prąd w piorunie

Prąd pioruna osiąga ok. 30 kA. Jakie pole magnetyczne wytwarza w odległości 1 m i 100 m? Co dzieje się z metalową rurką, przez którą przepływnie taki prąd?

- 1 $B = \mu_0 I / 2\pi r$: 6 mT w odległości 1 m, 60 μ T w odległości 100 m, tyle co pole Ziemi.
- 2 W rurce prąd płynie wzdłuż ścianek, a siła $I d\vec{l} \times \vec{B}$ działa na nie do środka (prądy równoległe się przyciągają). Wewnątrz rurki pole od jej prądu jest zerowe (prawo Ampère'a), a na ściankę działa ciśnienie magnetyczne $B^2 / 2\mu_0$.

Wynik: w odległości 1 m pole 6 mT, ponad sto razy silniejsze od ziemskiego. Rurki piorunochronów bywają po uderzeniu zgniecione: to efekt „zaciskania” (pinch), który w plazmie służy do jej ściskania.

Sprawdzenie: dla rurki o promieniu 1 cm przy jej powierzchni $B = 0,6$ T, ciśnienie $B^2 / 2\mu_0 \approx 1,4 \cdot 10^5$ Pa, ponad 1 atm ✓.

7

Błędne intuicje, których trzeba się oduczyć

× „Elektrony w przewodzie płyną z prędkością światła.”

Płyną z prędkością ułamka milimetra na sekundę. Z prędkością bliską prędkości światła rozchodzi się sygnał, czyli zmiana pola.

× „Żarówka zużywa prąd.”

Prąd przed żarówką i za nią jest ten sam. Zużywa się energia.

× „Pole magnetyczne może rozpędzić cząstkę.”

Siła magnetyczna jest prostopadła do prędkości i nie wykonuje pracy. W cyklotronie pole magnetyczne tylko zawraca cząstki, a przyspiesza je pole elektryczne między elektrodami.

× „Linie pola magnetycznego zaczynają się na biegunie N, a kończą na S.”

Linie pola $\vec{B}$ nie mają końców: wewnątrz magnesu biegną od S do N i zamykają się.

× „Magnetyzm i elektryczność to dwie różne siły.”

To dwa oblicza jednego pola: ta sama siła w jednym układzie jest magnetyczna, w innym elektryczna.

× „Bateria rozładowuje się, bo kończą się w niej elektrony.”

Bateria nie wytwarza ładunku: ile elektronów wpływa do jednego bieguna, tyle wypływa z drugiego. Rozładowuje się, bo kończy się w niej energia chemiczna.

8 Zadania feynmanowskie

Te zadania wymagają więcej myślenia niż liczenia.

ZADANIA FEYNMANOWSKIE

8 zadań · ok. 2 godziny

- 1 Skąd elektrony wiedzą, dokąd płynąć?** W zamkniętym obwodzie z baterią i długim, powyginanym przewodem prąd płynie wzdłuż przewodu, a nie na skrót przez powietrze. Co kieruje pole elektryczne wzdłuż zakrętów?
- 2 Ampère i kondensator.** Do kondensatora płynie prąd I . Pętla Ampère'a otacza przewód. Przez płaską powierzchnię rozpiętą na pętli prąd przechodzi, ale przez powierzchnię w kształcie worka przechodzącą między okładkami nie przechodzi. Ile wynosi $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s}$?
- 3 Granica cyklotronu.** Cyklotron ma promień 0,5 m i pole 1,5 T. Do jakiej energii przyspieszy protony? Dlaczego przy jeszcze większych energiach cyklotron przestaje działać?
- 4 Pole na osi pętli.** Wyprowadź pole na osi kołowej pętli w odległości z od jej środka. Pokaż, że daleko jest ono równe $\mu_0 \mu / (2\pi z^3)$, jak pole dipola elektrycznego z p/ϵ_0 zamienionym na $\mu_0 \mu$.
- 5 Kompas w polu przewodu.** Igła kompasu ma moment magnetyczny μ i moment bezwładności J . Pokaż, że drga wokół kierunku pola z częstotliwością $\omega^2 = \mu B / J$. Jak Biot i Savart mogli z tego zmierzyć, że pole przewodu maleje jak $1/r$?

6 **Nadprzewodnik i zwojnica.** W nadprzewodzącej zwojnicy tomografu prąd płynie latami bez zasilania. Zwojnica ma indukcyjność rzędu kilkudziesięciu henrów i prąd kilkaset amperów. Ile energii jest zmagazynowane w polu? Dlaczego „quench” (utrata nadprzewodnictwa) jest groźny?

7 **Naładowany pręt widziany w biegu.** Długi pręt ma ładunek λ na metr i spoczywa. Obserwator biegnie wzdłuż niego z prędkością v . Co widzi? Jaka siła działa w jego układzie na ładunek spoczywający względem pręta (czyli poruszający się względem obserwatora)?

8 **Elektron w polu magnetycznym Ziemi.** Czy da się zbudować pułapkę na naładowane cząstki z samego pola magnetycznego, skoro twierdzenie Earnshawa zabrania pułapek elektrostatycznych? Wskazówka: pomyśl o pasach Van Allena.

▮▮▮ podstawowe ▮▮▮ średnie ▮▮▮ feynmanowskie

9 Sprawdź się

Odpowiedz w myślach, zanim rozwiniesz odpowiedź.

1 **Jaka jest prędkość dryfu elektronów w typowym przewodzie?**

Rzędu 0,01–0,1 mm/s.

2 **Co mówią prawa Kirchhoffa?**

W węźle suma prądów wpływających równa się sumie wypływających; w oczku suma SEM równa się sumie spadków napięcia.

3 **Ile wynosi stała czasowa obwodu RC i co się dzieje po czasie 5τ ?**

$\tau = RC$; po 5τ kondensator jest naładowany (lub rozładowany) w ponad 99%.

4 **Dlaczego siła magnetyczna nie zmienia energii kinetycznej?**

Jest prostopadła do prędkości, więc jej moc $\vec{F} \cdot \vec{v}$ jest zerowa.

5 **Od czego zależy okres obiegu cząstki w polu magnetycznym?**

Tylko od m/qB , nie od prędkości (nierelatywistycznie).

- 6 Jakie jest pole w odległości r od długiego przewodu z prądem I ?

$\mu_0 I / 2\pi r$, linie pola to okręgi wokół przewodu.

- 7 Jakie pole jest wewnątrz długiej zwojnicy?

Jednorodne, $\mu_0 n I$; na zewnątrz prawie zerowe.

- 8 Skąd siła na ładunek poruszający się wzdłuż przewodu, gdy przejdziemy do jego układu spoczynkowego?

W tym układzie przewód ma ładunek netto (kontrakcja długości jonów i elektronów jest różna) i działa siłą elektryczną.

PRĄD I OBWODY

$$I = dQ/dt; \vec{j} = nq\vec{v}_d; \nabla \cdot \vec{j} = -\partial\rho/\partial t$$

$$\vec{j} = \sigma\vec{E}; V = IR; R = \rho L/A; P = VI = I^2 R$$

szeregowo $R_1 + R_2$; równolegle $1/R = 1/R_1 + 1/R_2$; zaciski $\mathcal{E} - Ir$

RC: $\tau = RC$; $V_C = \mathcal{E}(1 - e^{-t/\tau})$; ciepło przy ładowaniu $\frac{1}{2}C\mathcal{E}^2$

POLE MAGNETYCZNE

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}); d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B}; \vec{M} = \vec{\mu} \times \vec{B}, \mu = IA$$

$$r = p/qB; \omega = qB/m; \text{dryf } E/B$$

$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} I d\vec{l} \times \hat{r}/r^2$; przewód $\mu_0 I/2\pi r$; pętla (środek) $\mu_0 I/2R$; zwojnica $\mu_0 nI$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0; \oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I; \mu_0 \varepsilon_0 c^2 = 1; \mu_0/2\pi = 2 \cdot 10^{-7} \text{ T}\cdot\text{m/A}$$

Do przeczytania u Feynmana

- **Obowiązkowo:** t. II, rozdz. 13 (magnetostatyka, z częścią 13-6 o względności), 14 (pole magnetyczne w różnych sytuacjach), 29 (ruch ładunków w polach).
- **Dla chętnych:** t. II, rozdz. 15 (potencjał wektorowy, siły na pętli), 22 (obwody prądu zmiennego).

Następny dział: **Indukcja, równania Maxwella i fale elektromagnetyczne**. Zmienne pole magnetyczne wytwarza pole elektryczne, a zmienne elektryczne magnetyczne. Te dwa zdania, dołożone do praw Gaussa i Ampère'a, dają cztery równania Maxwella, a z nich wynika, że światło jest falą elektromagnetyczną.



Odpowiedzi

Zadania · część 1

1. $1/(1,6 \cdot 10^{-19}) \approx 6,2 \cdot 10^{18}$ elektronów na sekundę.
2. $R = \rho L/A \approx 0,68 \Omega$; $V = IR \approx 11$ V. Dlatego długie przedłużacze nagrzewają się pod dużym obciążeniem.
3. $I = P/V \approx 8,7$ A; $R = V^2/P \approx 26 \Omega$.
4. Od ostatniego zderzenia elektron zyskał prędkość eEt/m ; przy przypadkowych (wykładniczo rozłożonych) czasach zderzeń średni czas od ostatniego zderzenia wynosi τ , więc $v_d = eE\tau/m$ (przy sztywnym odstępie τ wyszłoby $\tau/2$); $j = nev_d = (ne^2\tau/m)E$. Dla miedzi $\tau = m/(ne^2\rho) \approx 2,5 \cdot 10^{-14}$ s.
5. $12 \cdot 60 \cdot 3600 \approx 2,6$ MJ, ok. 20 milionów razy więcej niż 0,128 J w kondensatorze. „Ah” to jednostka ładunku: 60 Ah = 216 000 C.

Zadania · część 2

1. $I = 9/11,5 \approx 0,78$ A; napięcie na zaciskach $IR \approx 7,8$ V.
2. Równolegle 2 Ω , razem 4 Ω , prąd całkowity 3 A. Na równoległej parze 6 V: przez 6 Ω płynie 1 A, przez 3 Ω 2 A.
3. $P = \mathcal{E}^2 R/(R+r)^2$, maksimum dla $R = r$: $P_{\max} = \mathcal{E}^2/4r$. Sprawność 50%: tyle samo mocy idzie w ciepło w baterii.
4. $\tau = 1$ s; $t = \tau \ln 100 \approx 4,6$ s.
5. $\tau = 0,4$ s, $4,6\tau \approx 1,8$ s. $U = \frac{1}{2}CV^2 = 9$ J; tyle samo ciepła w oporniku.

Zadania · część 3

1. $p = \sqrt{2mE} \approx 2,3 \cdot 10^{-20}$ kg·m/s; $r = p/eB \approx 14$ cm; $f = eB/2\pi m \approx 15$ MHz.
2. $F = ILB = 5 \cdot 10^{-4}$ N, ciężar ok. 0,05 g (50 mg).
3. Te o prędkości $v = E/B = 10^6$ m/s, niezależnie od ładunku i masy: obie siły są proporcjonalne do q .
4. $\mu = NIA = 0,1$ A·m²; $M_{\max} = \mu B = 0,01$ N·m. Równowaga trwała, gdy $\vec{\mu}$ jest równoległy do $\vec{B}$ (energia $-\mu B$ najmniejsza).
5. $r = p/eB \approx 10,7$ m (nierelatywistycznie); odchylenie $\approx L^2/2r \approx 4$ mm. Dlatego obraz kineskopu przesuwał się po obroceniu telewizora.

Zadania · część 4

1. $B = \mu_0 I/2\pi r = 200$ μ T, cztery razy więcej niż pole Ziemi: kompas przy przewodzie wyraźnie się odchyła.
2. $\mu_0 nI \approx 1,26$ mT.

3. Pętla o promieniu $r < R$ obejmuje prąd $I r^2 / R^2$: $B = \mu_0 I r / (2\pi R^2)$, rośnie liniowo. Na zewnątrz $\mu_0 I / 2\pi r$. Maksimum na powierzchni.
4. Każdy element $d\vec{l}$ jest prostopadły do $\hat{r}$ i odległy o R : $B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \cdot 2\pi R}{R^2} = \mu_0 I / 2R \approx 12,6 \mu\text{T}$.
5. $F/L = \mu_0 I^2 / 2\pi d = 0,2 \text{ N/m}$, odpychanie. Przy 20 kA siła rośnie 400 razy, do 80 N/m: przewody w rozdzielniach podczas zwarcia wyraźnie się wyginają.

Zadania • część 5

1. $u = v \approx 7 \cdot 10^{-5} \text{ m/s}$: $uv/c^2 \approx 6 \cdot 10^{-26}$. Mimo to siła jest mierzalna, bo mnoży ogromną gęstość ładunku przewodu.
2. Jony: $\gamma_v \lambda_0$. Elektrony: $-\gamma_u \lambda_0 / \gamma_u = -\gamma_v (1 - uv/c^2) \lambda_0$. Suma: $\gamma_v \lambda_0 uv/c^2$. Siła elektryczna $q\lambda' / 2\pi\epsilon_0 r$ podzielona przez γ_v daje $qv \cdot \mu_0 (\lambda_0 u) / 2\pi r = qvB$.
3. $neAL = 8,5 \cdot 10^{28} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{-6} \approx 1,4 \cdot 10^4 \text{ C}$.
4. $V_H = IB/(net) \approx 0,7 \mu\text{V}$. W półprzewodniku o 10^4 razy mniejszej koncentracji nośników byłoby to kilka miliwoltów.
5. Pole elektryczne wiązki $\lambda/2\pi\epsilon_0 r$, magnetyczne $\mu_0 \lambda v/2\pi r$; siły $q\lambda/2\pi\epsilon_0 r$ i $qv\mu_0 \lambda v/2\pi r$, stosunek $\mu_0 \epsilon_0 v^2 = v^2/c^2$. Dla $v \rightarrow c$ siły prawie się znoszą i wiązka rozmywa się wolno. To zgodne z dylatacją czasu: w układzie elektronów odpychanie jest czysto elektryczne, ale ich czas płynie wolniej.

Zadania feynmanowskie

1. Na powierzchni przewodu gromadzą się niewielkie ładunki powierzchniowe, rozłożone tak, by pole wewnątrz było skierowane wzdłuż przewodu. Gdyby pole wychodziło przez ściankę, prąd nanosiłby tam ładunek, aż ten by je wyprostował.
2. Ładunki te ustawiają się w czasie rzędu przelotu światła wzdłuż obwodu (nanosekundy na metr); to one, a nie elektrony biegnące od baterii, „niosą” informację o włączeniu.
1. Prawo Ampère'a w postaci $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I$ daje dwie różne odpowiedzi: jest sprzeczne, gdy prąd nie jest stały, bo wtedy $\nabla \cdot \vec{j} \neq 0$, a dywergencja rotacji jest zawsze zerowa.
2. Maxwell zauważył, że między okładkami zmienia się pole elektryczne, i dodał wyraz $\epsilon_0 \partial \vec{E} / \partial t$ („prąd przesunięcia”). Pętla daje wtedy $\mu_0 I$ dla obu powierzchni (dział 16). FLP II-18-1
1. $p = eBR$, $E = (eBR)^2 / 2m \approx 4,3 \cdot 10^{-12} \text{ J} \approx 27 \text{ MeV}$.
2. Przy energiach porównywalnych z $mc^2 = 938 \text{ MeV}$ (w praktyce już powyżej kilkunastu–kilkudziesięciu MeV) częstotliwość obiegu $qB/\gamma m$ maleje, cząstki wypadają z rytmu zmiennego napięcia. Rozwiązania: synchrociklotron (zmienna częstotliwość), cyklotron izochroniczny (pole rosnące z promieniem) i synchrotron (rosnące pole przy stałym promieniu).
1. Każdy element daje $dB = \frac{\mu_0}{4\pi} I dl / (R^2 + z^2)$; składowe poprzeczne się znoszą, osiowa to $dB \cdot R / \sqrt{R^2 + z^2}$. Razem $B = \mu_0 I R^2 / [2(R^2 + z^2)^{3/2}]$.
2. Dla $z \gg R$: $\mu_0 I \pi R^2 / (2\pi z^3) = \mu_0 \mu / (2\pi z^3)$. Mała pętla z prądem to dipol magnetyczny. FLP II-14-5
1. Przy wychyleniu θ moment siły $-\mu B \sin \theta \approx -\mu B \theta$: oscylator harmoniczny z $\omega^2 = \mu B / J$ (dział 6 „Drgania, rezonans i układy liniowe”).
2. Zliczając drgania na minutę w różnych odległościach od przewodu (i odejmując wektorowo pole Ziemi), dostali $\omega^2 \propto 1/r$.

6. 1. Energia pola magnetycznego (dział 16) to $\frac{1}{2}LI^2$; dla $L = 30 \text{ H}$, $I = 500 \text{ A}$: ok. 4 MJ. Inaczej: gęstość $B^2/2\mu_0 \approx 3,6 \text{ MJ/m}^3$ przy 3 T w objętości rzędu metra sześciennego.
2. Gdy uzwojenie traci nadprzewodnictwo, energia zamienia się w ciepło w ciągu sekund i odparowuje setki litrów ciekłego helu, który musi bezpiecznie uciec.
7. 1. Obserwator widzi pręt o gęstości $\gamma\lambda$ (kontrakcja) poruszający się, czyli prąd $\gamma\lambda v$: jest tam pole elektryczne γE_0 i magnetyczne $\gamma E_0 v/c^2$.
2. Na ładunek poruszający się z prędkością v : $q(\gamma E_0 - v\gamma E_0 v/c^2) = qE_0/\gamma$. Siła poprzeczna jest γ razy mniejsza niż w układzie pręta, zgodnie z transformacją sił i dylatacją czasu. FLP II-13-7
8. 1. Tak. Częstka nawinięta na linię pola, wchodząc w obszar silniejszego pola (ku biegunowi), zwalnia wzdłuż linii i zawraca: zachowuje się w przybliżeniu moment magnetyczny jej ruchu kołowego $\mu = mv_{\perp}^2/2B$, a energia jest stała. To „lustro magnetyczne”.
2. Pole dipolowe Ziemi ma dwa lustra, przy obu biegunach: cząstki odbijają się tam i z powrotem przez dni, a nawet lata, tworząc pasy radiacyjne Van Allena. Twierdzenie Earnshawa nie obowiązuje, bo siła zależy od prędkości.

Fizyka · Dział 15: Prąd i pole magnetyczne · Źródło: R. P. Feynman, R. B. Leighton, M. Sands, *The Feynman Lectures on Physics*, t. II (Addison-Wesley 1964; New Millennium Edition 2011), rozdz. 13–15, 18, 22, 29; t. III, rozdz. 14. Odnośniki w formacie tom–rozdział–podrozdział. Wszystkie liczby policzone na nowo.