

Trening: prosta i okrąg, dwa okręgi, styczne

Zestawy krótkich przykładów do lekcji 9.3 Prosta i okrąg, dwa okręgi, styczna i prosta prostopadła: odległość punktu od prostej, położenie prostej i okręgu, położenie dwóch okręgów, styczne i symetralne. Na końcu zadania w stylu arkusza rozszerzonego.

POZIOM A · ODLEGŁOŚCI

ZESTAWY A

1 zestaw

1 Oblicz odległość.



- a) $(1, 2)$ od $3x - 4y + 10 = 0$ b) $(0, 0)$ od $x + y - 4 = 0$ c) $(-1, 3)$ od $y = 2x + 5$
d) między prostymi
 $y = 2x + 1$ i $y = 2x + 6$

▮▮▮ podstawowe ▮▮▮ średnie ▮▮▮ trudniejsze

POZIOM B · POŁOŻENIE

ZESTAWY B

1 zestaw

1 Określ położenie.



- a) $y = x + 4$ i $x^2 + y^2 = 8$ b) $y = 3$ i $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 4$ c) $x = 5$ i $x^2 + y^2 = 16$
d) $x^2 + y^2 = 1$ i $(x - 5)^2 + y^2 = 9$ e) $x^2 + y^2 = 16$ i $(x - 1)^2 + y^2 = 1$

POZIOM C · STYCZNE I SYMETRALNE

ZESTAWY C

1 zestaw

1 Wyznacz.

■ ■ ■

a) styczna do $x^2 + y^2 = 25$
w punkcie $(3, 4)$

b) symetralna odcinka o
końcach $(0, 0)$ i $(4, 2)$

c) styczne do $x^2 + y^2 = 4$
równoległe do osi Ox

■ ■ ■ podstawowe
■ ■ ■ średnie
■ ■ ■ trudniejsze

ZADANIA MATURALNE

Formy zadań jak w arkuszu rozszerzonym CKE: zadania otwarte z punktowanymi etapami.

ZADANIA W STYLU ARKUSZA

3 zadania · 10 pkt

1 (0–4 pkt) Wyznacz równania prostych przechodzących przez punkt $P = (5, 0)$ i stycznych do okręgu $x^2 + y^2 = 5$.

■ ■ ■

2 (0–3 pkt) Wyznacz wszystkie wartości a , dla których okręgi $x^2 + y^2 = 9$ i $(x - a)^2 + y^2 = 1$ są styczne.

■ ■ ■

3 (0–3 pkt) Punkt C leży na osi Oy i jest równo odległy od punktów $A = (1, 5)$ i $B = (5, 1)$. Oblicz współrzędne C .

■ ■ ■

■ ■ ■ podstawowe
■ ■ ■ średnie
■ ■ ■ trudniejsze



Odpowiedzi

Zestawy A

1. a) 1 b) $2\sqrt{2}$ c) 0 (punkt leży na prostej) d) $\sqrt{5}$

Zestawy B

1. a) styczne ($d = 2\sqrt{2} = r$) b) styczne ($d = 2$) c) rozłączne ($d = 5 > 4$) d) rozłączne zewnętrznie ($5 > 4$)
e) jeden wewnątrz drugiego ($1 < 3$)

Zestawy C

1. a) $3x + 4y = 25$ b) $y = -2x + 5$ c) $y = 2$ i $y = -2$

Zadania w stylu arkusza

1. 1. Prosta przez P . $x = 5$ nie jest styczna ($d = 5 \neq \sqrt{5}$); pozostałe: $y = k(x - 5)$, czyli $kx - y - 5k = 0$.
2. Styczność. $\frac{|-5k|}{\sqrt{k^2+1}} = \sqrt{5}$, $25k^2 = 5k^2 + 5$.
3. Współczynniki. $k^2 = \frac{1}{4}$, $k = \pm\frac{1}{2}$.
4. Wynik. $y = \frac{1}{2}x - \frac{5}{2}$ albo $y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$.

1 pkt za postać prostej przez P (z rozpatrzeniem prostej pionowej). **2 pkt** za równanie z k . **3 pkt** za $k = \pm\frac{1}{2}$. **4 pkt** za obie styczne.

2. 1. Odległość środków. $d = |a|$, promień 3 i 1.
2. Styczność zewnętrzna. $|a| = 4$; wewnętrzna: $|a| = 2$.
3. Wynik. $a \in \{-4, -2, 2, 4\}$.

1 pkt za $d = |a|$. **2 pkt** za jeden rodzaj styczności. **3 pkt** za oba.

3. 1. Symetralna. środek AB : $(3, 3)$; $a_{AB} = -1$, więc symetralna $y = x$.
2. Przecięcie z Oy . $x = 0$: $C = (0, 0)$.
3. Kontrola. $|CA|^2 = 26 = |CB|^2 \checkmark$.

1 pkt za środek AB i współczynnik symetralnej (albo za równanie $|CA| = |CB|$). **2 pkt** za symetralną albo równanie z jedną niewiadomą. **3 pkt** za $C = (0, 0)$.

Matura z matematyki · Trening do lekcji 9.3 · Zadania autorskie, formy i punktacja wzorowane na informatorze i zasadach oceniania CKE dla poziomu rozszerzonego. Wszystkie odpowiedzi sprawdzone (tools/verify/mt9_3.py).