

Trening: czworokąty wpisane i opisane

Zestawy krótkich przykładów do lekcji 8.6 Czworokąty wpisane i opisane, twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa: warunek kątów, warunek boków, kąt prosty i średnica, trapez opisany. Na końcu zadania w stylu arkusza rozszerzonego.

POZIOM A · KĄTY

ZESTAWY A

1 zestaw

1

Czworokąt $ABCD$ (kąty podane kolejno). Odpowiedz.

a) wpisany, $\angle A = 70^\circ$; $\angle C$

b) wpisany, $\angle B = 95^\circ$; $\angle D$

c) kąty $90^\circ, 80^\circ, 90^\circ, 100^\circ$:
czy da się opisać okrąg?

d) kąty $60^\circ, 100^\circ, 120^\circ, 80^\circ$:
czy da się opisać okrąg?

e) kąty $70^\circ, 90^\circ, 100^\circ, 100^\circ$:
czy da się opisać okrąg?

□□□ podstawowe □□□ średnie □□□ trudniejsze

POZIOM B · BOKI I PROMIENŃ OKRĘGU WPISANEGO

ZESTAWY B

1 zestaw

1

Oblicz.

a) opisany, $|AB| = 5$,
 $|BC| = 6$, $|CD| = 8$; $|DA|$

b) trapez równoramienny
opisany, podstawy 10 i 6;
ramię

c) romb o obwodzie 20
opisany na okręgu o
promieniu 2; pole

d) trapez równoramienny
opisany, ramię 5, wysokość
4; r i pole

POZIOM C · KĄT PROSTY I ŚREDNICA

ZESTAWY C

1 zestaw

1 Oblicz.

■ ■ ■

a) wpisany, $\angle ABC = 90^\circ$,
 $|AC| = 10$, $|AB| = 6$; $|BC|$

b) prostokąt 6×8 ; promień
 okręgu opisanego

c) czy trapez prostokątny,
 który nie jest prostokątem,
 można wpisać w okrąg?

podstawowe średnie trudniejsze

ZADANIA MATURALNE

Formy zadań jak w arkuszu rozszerzonym CKE: zadania otwarte z punktowanymi etapami i dowód.

ZADANIA W STYLU ARKUSZA

3 zadania · 10 pkt

1 (0–4 pkt) Czworokąt $ABCD$ jest wpisany w okrąg, $|AB| = 2$, $|BC| = 6$, $|CD| = 8$, $|DA| = 6$. Oblicz miarę kąta BAD , długość przekątnej BD i promień okręgu.

Kąt. $-39 = 78 \cos \alpha$, $\cos \alpha = -\frac{1}{2}$, $\alpha = 120^\circ$.

Przekątna. $|BD|^2 = 34 + 15 = 49$, $|BD| = 7$.

Promień. $2R = \frac{7}{\sin 120^\circ}$, $R = \frac{7\sqrt{3}}{3}$.

1 pkt za zapis twierdzenia cosinusów dla BD w obu trójkątach z $\cos \angle C = -\cos \alpha$. 2 pkt za $\alpha = 120^\circ$. 3 pkt za $|BD| = 7$. 4 pkt za R .

2 (0–3 pkt) Trapez równoramienny jest opisany na okręgu o promieniu 4, a jego ramię ma długość 10. Oblicz długości podstaw.

3 (0–3 pkt) Czworokąt $ABCD$ jest wpisany w okrąg, a jego przekątne przecinają się w punkcie E . Wykaż, że $|AE| \cdot |EC| = |BE| \cdot |ED|$.

podstawowe średnie trudniejsze



Odpowiedzi

Zestawy A

1. a) 110° b) 85° c) tak d) tak e) nie

Zestawy B

1. a) 7 b) 8 c) 20 d) 2 i 20

Zestawy C

1. a) 8 b) 5 c) nie

Zadania w stylu arkusza

1. 1. Przekątna z dwóch trójkątów. $|BD|^2 = 4 + 36 - 24 \cos \alpha = 36 + 64 + 96 \cos \alpha$.

2. Kąt. $-60 = 120 \cos \alpha$, $\cos \alpha = -\frac{1}{2}$, $\alpha = 120^\circ$.

3. Przekątna. $|BD|^2 = 40 + 12 = 52$, $|BD| = 2\sqrt{13}$.

4. Promień. $2R = \frac{2\sqrt{13}}{\sin 120^\circ} = \frac{4\sqrt{13}}{\sqrt{3}}$, $R = \frac{2\sqrt{39}}{3}$.

1 pkt za zapis twierdzenia cosinusów dla BD w obu trójkątach z $\cos \angle C = -\cos \alpha$. **2 pkt** za $\alpha = 120^\circ$. **3 pkt** za $|BD| = 2\sqrt{13}$. **4 pkt** za R .

2. 1. Wysokość i suma. $h = 8$; suma podstaw równa sumie ramion: 20.

2. Różnica. połowa różnicy podstaw $\sqrt{100 - 64} = 6$, różnica 12.

3. Podstawy. 16 i 4.

1 pkt za $h = 8$ i sumę podstaw 20. **2 pkt** za różnicę 12. **3 pkt** za podstawy 16 i 4.

3. 1. Kąty. $\angle BAC = \angle BDC$ (kąty wpisane oparte na łuku BC); $\angle AEB = \angle DEC$ (wierzchołkowe).

2. Podobieństwo. $\triangle ABE \sim \triangle DCE$ (kkk), czyli $A \leftrightarrow D$, $B \leftrightarrow C$, $E \leftrightarrow E$.

3. Proporcja. $\frac{|AE|}{|DE|} = \frac{|BE|}{|CE|}$, stąd $|AE| \cdot |EC| = |BE| \cdot |ED|$.

1 pkt za równość kątów wpisanych z uzasadnieniem. **2 pkt** za podobieństwo trójkątów z poprawnym przyporządkowaniem wierzchołków. **3 pkt** za tezę.

Matura z matematyki · Trening do lekcji 8.6 · Zadania autorskie, formy i punktacja wzorowane na informatorze i zasadach oceniania CKE dla poziomu rozszerzonego. Wszystkie odpowiedzi sprawdzone (tools/verify/mt8_6.py).