

# Trening: trygonometria w figurach i uzasadnienia

Zestawy krótkich przykładów do lekcji 8.5 Trygonometria w figurach i dowody geometryczne: długości z funkcji trygonometrycznych, pola z  $\frac{1}{2}ab \sin \gamma$  i ćwiczenie podawania uzasadnień, z których składa się dowód. Na końcu zadania w stylu arkusza.

## POZIOM A · DŁUGOŚCI

### ZESTAWY A

1 zestaw

1 Oblicz.



a) trójkąt prostokątny, przeciwprostokątna 12, kąt  $30^\circ$ : przyprostokątne

b) romb o boku 8 i kącie  $120^\circ$ : przekątne

c) trójkąt równoramienny, ramię 10, kąt przy podstawie  $30^\circ$ : podstawa i wysokość

d) trapez, wysokość 4, kąt ostry  $45^\circ$ : rzut ramienia na podstawę

□□□ podstawowe    ■■■ średnie    ■■■■ trudniejsze

## POZIOM B · POLA

### ZESTAWY B

1 zestaw

1 Oblicz.



a) trójkąt: boki 7 i 4, kąt między nimi  $30^\circ$

b) równoległobok: boki 6 i 9, kąt  $45^\circ$

c) trójkąt równoramienny: ramiona 6, kąt między nimi  $30^\circ$

d) trójkąt o bokach 4 i 6 ma pole 12: kąt między nimi

▀▀▀ podstawowe   ▀▀▀ średnie   ▀▀▀ trudniejsze

## POZIOM C · UZASADNIENIA

### ZESTAWY C

1 zestaw

1 Podaj uzasadnienie, które trzeba dopisać w dowodzie.



a)  $|OA| = |OB|$ , gdzie  $O$  to środek okręgu, a  $A, B$  leżą na okręgu

b)  $\angle ACB = \angle ADB$ , gdzie  $A, B, C, D$  leżą na okręgu, a  $C, D$  po tej samej stronie  $AB$

c)  $|PA| = |PB|$ , gdzie  $PA, PB$  to odcinki stycznych

d)  $P_{ABD} = P_{ADC}$ , gdzie  $D$  to środek  $BC$

e)  $\angle CAB = \angle ACD$  w trapezie  $ABCD$  ( $AB \parallel CD$ )

▀▀▀ podstawowe   ▀▀▀ średnie   ▀▀▀ trudniejsze

## ZADANIA MATURALNE

Formy zadań jak w arkuszu CKE: krótki dowód, zadanie otwarte i zadanie zamknięte.

### ZADANIA W STYLU ARKUSZA

3 zadania · 6 pkt

1 (0–2 pkt) Punkt  $P$  leży na przekątnej  $AC$  kwadratu  $ABCD$ . Wykaż, że  $|PB| = |PD|$ .



2 (0–3 pkt) W trójkącie  $ABC$ :  $|AB| = 10$ ,  $|AC| = 6$ ,  $\angle BAC = 60^\circ$ . Oblicz pole trójkąta i długość boku  $BC$ .



3 (0–1 pkt) Romb o boku 6 ma pole 18. Kąt ostry tego rombu ma miarę



A.  $30^\circ$

B.  $45^\circ$

C.  $60^\circ$

D.  $75^\circ$

▀▀▀ podstawowe   ▀▀▀ średnie   ▀▀▀ trudniejsze



# Odpowiedzi

## Zestawy A

1. a)  $6i6\sqrt{3}$  b)  $8i8\sqrt{3}$  c)  $10\sqrt{3}i5$  d) 4

## Zestawy B

1. a) 7 b)  $27\sqrt{2}$  c) 9 d)  $90^\circ$

## Zestawy C

1. a) promienie tego samego okręgu b) kąty wpisane oparte na tym samym łuku c) twierdzenie o odcinkach stycznych d) wspólna wysokość z A i  $|BD| = |DC|$  e) kąty naprzemianległe przy prostych równoległych

## Zadania w stylu arkusza

1. 1. Trójkąty  $ABP$  i  $ADP$ .  $|AB| = |AD|$  (boki kwadratu),  $\angle BAP = \angle DAP = 45^\circ$  (przekątna kwadratu jest dwusieczną kąta prostego),  $AP$  wspólny.  
2. Przystawanie. cecha bok-kąt-bok, więc  $|PB| = |PD|$ .  
1 pkt za wskazanie trzech równości z uzasadnieniem. 2 pkt za wniosek z cechy przystawania.
2. 1. Pole.  $\frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 15\sqrt{3}$ .  
2. Bok.  $|BC|^2 = 100 + 36 - 2 \cdot 10 \cdot 6 \cdot \frac{1}{2} = 76$ ,  $|BC| = 2\sqrt{19}$ .  
1 pkt za pole. 2 pkt za równanie z twierdzenia cosinusów. 3 pkt za  $2\sqrt{19}$ .

3. A.  $36 \sin \alpha = 18$ .

---

Matura z matematyki · Trening do lekcji 8.5 · Zadania autorskie, formy i punktacja wzorowane na arkuszach, informatorze i zasadach oceniania CKE z lat 2024–2026. Wszystkie odpowiedzi sprawdzone (tools/verify/mt8\_5.py).