

Trening: twierdzenie sinusów

Zestawy krótkich przykładów do lekcji 7.5 Twierdzenie sinusów i rozwiązywanie trójkątów: promień okręgu opisanego, boki z dwóch kątów, liczba trójkątów przy dwóch bokach i kącie, pole z R . Na końcu zadania w stylu arkusza rozszerzonego.

POZIOM A · BOK, KĄT I R

ZESTAWY A

1 zestaw

1 Oblicz szukaną wielkość (kąt leży naprzeciw boku).



a) $a = 10, \alpha = 30^\circ; R$

b) $R = 3, \beta = 60^\circ; b$

c) $a = 6, \alpha = 45^\circ; R$

d) $a = 6, \alpha = 120^\circ; R$

e) $R = 5, \gamma = 150^\circ; c$

▢▢▢ podstawowe ▢▢▢ średnie ▢▢▢ trudniejsze

POZIOM B · BOKI I LICZBA TRÓJKĄTÓW

ZESTAWY B

2 zestawy

1 Oblicz bok.



a) $\alpha = 30^\circ, \beta = 45^\circ, a = 2;$
 b

b) $\alpha = 60^\circ, \beta = 45^\circ,$
 $b = 2\sqrt{2}; a$

c) $\alpha = 30^\circ, \beta = 120^\circ, a = 3;$
 b

2 Ile jest trójkątów o danych a, b i kącie α naprzeciw a ?



a) $a = 5, b = 10, \alpha = 30^\circ$

b) $a = 6, b = 6\sqrt{2}, \alpha = 30^\circ$

c) $a = 7, b = 5, \alpha = 60^\circ$

d) $a = 2, b = 5, \alpha = 45^\circ$

▢▢▢ podstawowe ▢▢▢ średnie ▢▢▢ trudniejsze

ZESTAWY C

1 zestaw

1

Oblicz.

■ ■ ■

a) R dla boków 6, 8, 10b) R dla boków 7, 8, 9c) R dla boków 5, 12, 13d) pole: $R = 2$, kąty 30° ,
 60° , 90°

■ ■ ■ podstawowe ■ ■ ■ średnie ■ ■ ■ trudniejsze

ZADANIA MATURALNE

Formy zadań jak w arkuszu rozszerzonym CKE: zadania otwarte z punktowanymi etapami.

ZADANIA W STYLU ARKUSZA

3 zadania · 10 pkt

1

■ ■ ■

(0–3 pkt) W trójkącie ABC : $|AB| = 6$, $\angle ACB = 45^\circ$, $\angle ABC = 60^\circ$. Oblicz promień okręgu opisanego na trójkącie i długość boku AC .

2

■ ■ ■

(0–3 pkt) W trójkącie ABC : $\sin \alpha : \sin \beta : \sin \gamma = 4 : 5 : 6$. Oblicz cosinus największego kąta tego trójkąta.

3

■ ■ ■

(0–4 pkt) W trójkącie ABC : $\angle BAC = 30^\circ$, $|BC| = 2$, $|AC| = 2\sqrt{2}$. Oblicz wszystkie możliwe długości boku AB .

■ ■ ■ podstawowe ■ ■ ■ średnie ■ ■ ■ trudniejsze



Odpowiedzi

Zestawy A

1. a) 10 b) $3\sqrt{3}$ c) $3\sqrt{2}$ d) $2\sqrt{3}$ e) 5

Zestawy B

1. a) $2\sqrt{2}$ b) $2\sqrt{3}$ c) $3\sqrt{3}$

2. a) 1 (prostokątny) b) 2 c) 1 d) 0

Zestawy C

1. a) 5 b) $\frac{21\sqrt{5}}{10}$ c) $\frac{13}{2}$ d) $2\sqrt{3}$

Zadania w stylu arkusza

1. 1. Średnica. $2R = \frac{|AB|}{\sin \angle C} = \frac{6}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 6\sqrt{2}$, $R = 3\sqrt{2}$.

2. Bok. $|AC| = 2R \sin \angle B = 6\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{6}$.

1 pkt za zależność z twierdzenia sinusów. 2 pkt za $R = 3\sqrt{2}$. 3 pkt za $|AC| = 3\sqrt{6}$.

2. 1. Boki. z twierdzenia sinusów $a : b : c = 4 : 5 : 6$, czyli $a = 4k$, $b = 5k$, $c = 6k$.

2. Największy kąt. leży naprzeciw c .

3. Cosinusy. $\cos \gamma = \frac{16k^2 + 25k^2 - 36k^2}{40k^2} = \frac{1}{8}$.

1 pkt za proporcję boków. 2 pkt za zastosowanie twierdzenia cosinusów do kąta naprzeciw najdłuższego boku. 3 pkt za $\frac{1}{8}$.

3. 1. Kąt B . $\sin \angle B = \frac{2\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$: 45° albo 135° , oba możliwe.

2. Kąt C . 105° albo 15° .

3. Pierwszy trójkąt. $|AB| = \frac{2 \sin 105^\circ}{\sin 30^\circ} = 4 \sin 105^\circ = 4 \cdot \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4} = \sqrt{6} + \sqrt{2}$.

4. Drugi trójkąt. $|AB| = 4 \sin 15^\circ = \sqrt{6} - \sqrt{2}$.

1 pkt za $\sin \angle B = \frac{\sqrt{2}}{2}$. 2 pkt za oba kąty B . 3 pkt za jedną długość. 4 pkt za obie. Inna droga: twierdzenie cosinusów dla kąta A daje $c^2 - 2\sqrt{6}c + 4 = 0$.

Matura z matematyki · Trening do lekcji 7.5 · Zadania autorskie, formy i punktacja wzorowane na informatorze i zasadach oceniania CKE dla poziomu rozszerzonego. Wszystkie odpowiedzi sprawdzone (tools/verify/mt7_5.py).