

Trening: twierdzenie cosinusów i pole trójkąta

Zestawy krótkich przykładów do lekcji 7.2 Twierdzenie cosinusów i pole trójkąta: trzeci bok z dwóch boków i kąta, kąt z trzech boków, pole $\frac{1}{2}ab \sin \gamma$, środkowe i stosunki pól. Na końcu zadania w stylu arkusza.

POZIOM A · TRZECI BOK I KĄT

ZESTAWY A

2 zestawy

1 Oblicz c (kąt γ leży między a i b).



a) $a = 3, b = 8, \gamma = 60^\circ$

b) $a = 5, b = 3, \gamma = 120^\circ$

c) $a = 2, b = 2\sqrt{2}, \gamma = 45^\circ$

d) $a = 4, b = 4, \gamma = 60^\circ$

e) $a = \sqrt{3}, b = 1, \gamma = 150^\circ$

2 Oblicz cosinus kąta naprzeciw boku c i podaj, czy kąt jest ostry, prosty czy rozwarty.



a) $a = 4, b = 5, c = 6$

b) $a = 5, b = 12, c = 13$

c) $a = 2, b = 3, c = 4$

d) $a = 7, b = 8, c = 13$

▮▮▮ podstawowe ▮▮▮ średnie ▮▮▮ trudniejsze

POZIOM B · POLE

ZESTAWY B

1 zestaw

1 Oblicz pole.



a) $a = 6, b = 7, \gamma = 30^\circ$

b) $a = 4, b = 9, \gamma = 135^\circ$

c) trójkąt równoboczny o boku 6

d) równoległobok o bokach 5, 8 i kącie 60°

e) romb o boku 10 i kącie 150°

▮▮▮ podstawowe ▮▮▮ średnie ▮▮▮ trudniejsze

POZIOM C · ŚRODKOWE I STOSUNKI PÓŁ

ZESTAWY C

1 zestaw

1 Oblicz.



a) $|AB| = 10, |BC| = 6,$
 $\angle B = 60^\circ$; środkowa z A

b) $|AB| = 6, |BC| = 10,$
 $\angle B = 120^\circ$; środkowa z A

c) $P_{ABC} = 30,$
 $|BD| = \frac{1}{2}|BA|,$
 $|BE| = \frac{1}{3}|BC|$; P_{DBE}

d) $P_{ABC} = 18,$
 $|AD| = \frac{1}{3}|AB|,$
 $|AE| = \frac{2}{3}|AC|$; P_{ADE}

e) równoległobok 5 i 8, kąt 120° ; dłuższa przekątna

▮▮▮ podstawowe ▮▮▮ średnie ▮▮▮ trudniejsze

ZADANIA MATURALNE

Formy zadań jak w arkuszu CKE: P/F, dokończ zdanie i krótkie zadania otwarte.

ZADANIA W STYLU ARKUSZA

5 zadań · 8 pkt

1 (0–1 pkt) W trójkącie ABC : $|AB| = 7, |BC| = 8, \angle ABC = 60^\circ$. Oceń prawdziwość zdań.



1. $|AC| = \sqrt{57}$. P F

2. Pole trójkąta jest równe $14\sqrt{3}$. P F

2 (0–1 pkt) Boki trójkąta mają długości 4, 5, 7. Cosinus największego kąta jest równy



A. $-\frac{1}{5}$

B. $-\frac{1}{4}$

C. $\frac{1}{5}$

D. $\frac{2}{7}$

3 (0–1 pkt) Pole trójkąta ABC jest równe 12, $|AB| = 6$, $|AC| = 8$. Kąt BAC może mieć miarę

A. 30°

B. 45°

C. 60°

D. 90°

4 (0–2 pkt) W trójkącie ABC : $|AC| = 10$, $|BC| = 12$, $\angle ACB = 60^\circ$. Oblicz długość środkowej AD poprowadzonej do boku BC .

5 (0–3 pkt) W równoległoboku $ABCD$ boki mają długości $|AB| = 6$, $|AD| = 4$, a $\angle BAD = 60^\circ$. Oblicz długość przekątnej BD i pole równoległoboku.

▀▀▀ podstawowe ▀▀▀ średnie ▀▀▀ trudniejsze



Odpowiedzi

Zestawy A

1. a) 7 b) 7 c) 2 d) 4 e) $\sqrt{7}$
2. a) $\frac{1}{8}$; ostry b) 0; prosty c) $-\frac{1}{4}$; rozwarty d) $-\frac{1}{2}$; 120°

Zestawy B

1. a) $\frac{21}{2}$ b) $9\sqrt{2}$ c) $9\sqrt{3}$ d) $20\sqrt{3}$ e) 50

Zestawy C

1. a) $\sqrt{79}$ b) $\sqrt{91}$ c) 5 d) 4 e) $\sqrt{129}$

Zadania w stylu arkusza

1. **PP.** $49 + 64 - 56 = 57$; pole $\frac{1}{2} \cdot 56 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$.
2. **A.** $\frac{16+25-49}{40} = -\frac{8}{40}$.
3. **A.** $24 \sin A = 12$, $\sin A = \frac{1}{2}$ (także 150° , którego nie ma wśród odpowiedzi).
4. 1. **Trójkąt ACD .** $|CD| = 6$; $|AD|^2 = 100 + 36 - 2 \cdot 10 \cdot 6 \cdot \frac{1}{2} = 76$.
2. **Wynik.** $|AD| = 2\sqrt{19}$.
1 pkt za równanie w trójkącie ACD . 2 pkt za $2\sqrt{19}$.
5. 1. **Przekątna.** $|BD|^2 = 36 + 16 - 2 \cdot 6 \cdot 4 \cdot \frac{1}{2} = 28$, $|BD| = 2\sqrt{7}$.
2. **Pole.** $6 \cdot 4 \cdot \sin 60^\circ = 12\sqrt{3}$.
1 pkt za równanie z twierdzenia cosinusów. 2 pkt za $|BD| = 2\sqrt{7}$. 3 pkt za pole $12\sqrt{3}$.

Matura z matematyki · Trening do lekcji 7.2 · Zadania autorskie, formy i punktacja wzorowane na arkuszach, informatorze i zasadach oceniania CKE z lat 2024–2026. Wszystkie odpowiedzi sprawdzone (tools/verify/mt7_2.py).