

Trening: funkcja wykładnicza i logarytmiczna

Zestawy krótkich przykładów do lekcji 5.6 Funkcja wykładnicza i logarytmiczna: własności funkcji a^x i $\log_a x$, model $N_0 k^t$, parametry z dwóch pomiarów i czas z równania wykładniczego. Na końcu zadania w stylu arkusza.

POZIOM A · WŁASNOŚCI FUNKCJI

ZESTAWY A

2 zestawy

1 Oblicz wartość funkcji.



a) $f(x) = 3^x$, $f(-2)$

b) $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$, $f(-3)$

c) $g(x) = \log_2 x$, $g\left(\frac{1}{8}\right)$

d) $g(x) = \log_5 x$, $g(\sqrt{5})$

e) $g(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$, $g(4)$

f) $f(x) = 4^x$, $f\left(\frac{3}{2}\right)$

2 Podaj monotoniczność i zbiór wartości (albo dziedzinę dla logarytmu).



a) $y = 0,7^x$

b) $y = 2^x + 1$

c) $y = \log_3 x$

d) $y = -3^x$

e) $y = \log_{0,2} x$

▮▮▮ podstawowe ▮▮▮ średnie ▮▮▮ trudniejsze

POZIOM B · MODEL $N_0 K^T$

ZESTAWY B

2 zestawy

1 Podaj k i zinterpretuj.



a) wzrost o 6% rocznie

b) spadek o 30% na godzinę

c) $k = 1,35$

d) $k = 0,96$

e) $k = 2$

f) $k = 3$

2 Oblicz.



a) $N(t) = 500 \cdot 1,2^t$, $N(2)$

b) $N(t) = 6400 \cdot 0,5^t$, $N(4)$

c) 1000 zł, 5% rocznie, po 2 latach

d) 90 g, czas połowienia 3 h, po 9 h

e) łączna zmiana po dwóch spadkach o 10%

□□□ podstawowe ■■■ średnie ■■■■ trudniejsze

POZIOM C · POMIARY I CZAS

ZESTAWY C

2 zestawy

1 Model $N(t) = N_0 k^t$, $k > 0$. Oblicz brakujące wielkości.



a) $N(0) = 200$, $N(2) = 288$;
 k

b) $N(1) = 6$, $N(3) = 54$;
 $N(2)$

c) $N(2) = 50$, $N(4) = 32$; k

d) $N(2) = 50$, $N(4) = 32$;
 N_0

e) $N(3) = 16$, $N(5) = 4$;
 $N(4)$

2 Wyznacz t (albo dwie kolejne liczby całkowite, między którymi leży).



a) $2^t = 64$

b) $100 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{t/4} = 12,5$

c) $5^t = 0,04$

d) $2^t = 20$

e) $1,1^t = 2$

□□□ podstawowe ■■■ średnie ■■■■ trudniejsze

ZADANIA MATURALNE

Formy zadań jak w arkuszu CKE: P/F, dokończ zdanie i zadania otwarte z modelem wykładniczym, w których punktowane są kolejne etapy: równanie, parametr, interpretacja.

ZADANIA W STYLU ARKUSZA

5 zadań · 8 pkt

1 (0-1 pkt) Dana jest funkcja $f(x) = \log_8 x$. Oceń prawdziwość zdań.



1. $f(2) = \frac{1}{3}$. P F

2. $f(64) = 8$. P F

2 (0-1 pkt) Wykres funkcji $f(x) = a^x$ przechodzi przez punkt $(-1, 4)$. Funkcja f jest



A. rosnąca i $a = 4$

B. malejąca i $a = \frac{1}{4}$

C. rosnąca i $a = \frac{1}{4}$

D. malejąca i $a = -4$

3 (0-1 pkt) Cena towaru wzrosła dwa razy z rzędu o 20%. Łącznie cena wzrosła o



A. 40%

B. 44%

C. 140%

D. 144%

4 (0-2 pkt) Wielkość Q zmienia się według $Q(t) = Q_0 \cdot k^t$, $k > 0$. Wiadomo, że $Q(2) = 3$ i $Q(4) = 75$. Oblicz $Q(3)$.



5 (0-3 pkt) W ciągu każdej godziny lek jest usuwany z organizmu w 25% (ilość leku maleje o 25% co godzinę). Pacjent przyjął dawkę 256 mg. Oblicz, ile leku pozostanie po 4 godzinach i po ilu pełnych godzinach w organizmie będzie mniej niż 100 mg.



▬▬▬ podstawowe ▬▬▬ średnie ▬▬▬ trudniejsze



Odpowiedzi

Zestawy A

1. a) $\frac{1}{9}$ b) 8 c) -3 d) $\frac{1}{2}$ e) -2 f) 8
2. a) malejąca; $(0, +\infty)$ b) rosnąca; $(1, +\infty)$ c) rosnąca; $D = (0, +\infty)$ d) malejąca; $(-\infty, 0)$ e) malejąca; $D = (0, +\infty)$

Zestawy B

1. a) $k = 1,06$ b) $k = 0,7$ c) wzrost o 35% d) spadek o 4% e) wzrost o 100% (podwojenie) f) wzrost o 200%
2. a) 720 b) 400 c) 1102,50 zł d) 11,25 g e) spadek o 19%

Zestawy C

1. a) 1,2 b) 18 c) 0,8 d) 78,125 e) 8
2. a) 6 b) 12 c) -2 d) $t \in (4, 5)$ e) $t \in (7, 8)$

Zadania w stylu arkusza

1. PF.

1. $8^{1/3} = 2 \checkmark$.
2. $8^2 = 64$, więc $f(64) = 2$.

2. B.

1. $a^{-1} = 4$, więc $a = \frac{1}{4}$.
2. $0 < a < 1$: malejąca.

3. B.

1. $1,2^2 = 1,44$.
4. 1. Ciąg geometryczny. $Q(3)^2 = Q(2) \cdot Q(4) = 225$.
2. Wynik. $Q(3) > 0$, więc $Q(3) = 15$.
- 1 pkt za zapis $Q(3)^2 = Q(2)Q(4)$ albo za $k = 5$. 2 pkt za $Q(3) = 15$.

5. 1. Model. $m(t) = 256 \cdot 0,75^t$.

2. Po 4 h. $256 \cdot 0,75^4 = 256 \cdot \frac{81}{256} = 81$ mg.
3. Próg. $m(3) = 256 \cdot \frac{27}{64} = 108 > 100$, $m(4) = 81 < 100$.

4. Odpowiedź. 81 mg; mniej niż 100 mg po 4 pełnych godzinach.

1 pkt za model $256 \cdot 0,75^t$. 2 pkt za 81 mg. 3 pkt za odpowiedź 4 h z uzasadnieniem ($m(3) > 100$).

Matura z matematyki · Trening do lekcji 5.6 · Zadania autorskie, formy i punktacja wzorowane na arkuszach, informatorach i zasadach oceniania CKE z lat 2024–2026. Wszystkie odpowiedzi sprawdzone (tools/verify/mt5_6.py).