

Trening: funkcja i jej wykres

Zestawy krótkich przykładów do lekcji 5.1 Funkcja i jej wykres: odczytywanie własności: wartości funkcji danej wzorem i przedziałami, miejsca zerowe z odrzucaniem, dziedzina i zbiór wartości funkcji przedziałami liniowej oraz zbiory rozwiązań warunków $f(x) \geq c$. Funkcje z zestawów C najlepiej naszkicuj albo sprawdź w symulacji lekcji. Na końcu zadania w stylu arkusza.

POZIOM A · WARTOŚCI I MIEJSCA ZEROWE

ZESTAWY A

2 zestawy

1 Oblicz wartość funkcji $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x & \text{dla } x \leq 1 \\ 4 - 3x & \text{dla } x > 1 \end{cases}$ dla podanego argumentu.

a) $f(-2)$

b) $f(0)$

c) $f(1)$

d) $f(2)$

e) $f(\sqrt{2})$

f) $f(-\sqrt{3})$

2 Wyznacz wszystkie miejsca zerowe (albo stwierz, że ich nie ma).

a) $\begin{cases} 2x + 4 & \text{dla } x < 0 \\ x - 5 & \text{dla } x \geq 0 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + 3 & \text{dla } x \geq 0 \\ 1 - x & \text{dla } x < 0 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x^2 - 1 & \text{dla } x \leq 0 \\ 2x - 6 & \text{dla } x > 0 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x^2 - 4x & \text{dla } x < 2 \\ x - 1 & \text{dla } x \geq 2 \end{cases}$

e) $\begin{cases} 3x - 6 & \text{dla } x \leq 2 \\ -x + 2 & \text{dla } x > 2 \end{cases}$

■□□ podstawowe ■■■ średnie ■■■ trudniejsze

POZIOM B · TABELA I PARAMETR

- 1 Funkcja f jest określona tabelą: $f(-2) = 3$, $f(-1) = 0$, $f(0) = -2$, $f(1) = 0$, $f(2) = 3$, $f(3) = 5$. Odpowiedz.

- a) liczba miejsc zerowych b) zbiór wartości c) dla ilu argumentów $f(x) = 3$
- d) $f(f(-1))$ e) zbiór argumentów, dla których $f(x) > 0$

- 2 Wyznacz parametr.

- a) $f(x) = 3x + m$, $f(2) = -1$ b) $f(x) = x^2 - kx + 6$ ma miejsce zerowe 3 c) $f(x) = ax^2 - 3$, $f(-2) = 9$
- d) $f(x) = 2x^2 + bx - 4$ ma miejsce zerowe -2 e) $f(x) = x^2 - c - \sqrt{3}$ ma miejsce zerowe $\sqrt{3} - 1$

□□□ podstawowe □□□ średnie □□□ trudniejsze

POZIOM C · FUNKCJA PRZEDZIAŁAMI LINIOWA

- 1 $f(x) = \begin{cases} x + 3 & \text{dla } x \in [-4, -1) \\ 2 & \text{dla } x \in [-1, 1] \\ -x + 3 & \text{dla } x \in (1, 4] \end{cases}$. Podaj.

- a) dziedzinę b) zbiór wartości c) miejsca zerowe
- d) zbiór rozwiązań $f(x) = 2$ e) zbiór rozwiązań $f(x) > 0$ f) zbiór rozwiązań $f(x) \leq 1$

- 2 $f(x) = \begin{cases} -2x - 4 & \text{dla } x \in [-5, -2] \\ x + 2 & \text{dla } x \in (-2, 2) \\ 4 & \text{dla } x \in [2, 5) \end{cases}$. Podaj.

- a) zbiór wartości b) miejsca zerowe c) największą wartość i argumenty, dla których jest przyjmowana
- d) zbiór rozwiązań $f(x) = 4$ e) zbiór rozwiązań $f(x) < 2$ f) przedziały monotoniczności

3



$$f(x) = \begin{cases} x + 5 & \text{dla } x \in [-5, -2) \\ -x & \text{dla } x \in [-2, 3] \\ 1 & \text{dla } x \in (3, 5] \end{cases} \quad (\text{ze skokiem}). \text{ Podaj.}$$

- a) zbiór wartości b) czy istnieje największa wartość c) najmniejszą wartość
- d) zbiór rozwiązań $f(x) = 1$ e) zbiór rozwiązań $f(x) \geq 2$ f) liczbę rozwiązań równania $f(x) = \sqrt{2}$

▢▢▢ podstawowe ▢▢▢ średnie ▢▢▢ trudniejsze

ZADANIA MATURALNE

Formy zadań jak w arkuszu CKE: luki z przedziałami (każde zdanie to osobny punkt), zadania zamknięte i P/F. W lukach z przedziałami liczy się każdy nawias.

ZADANIA W STYLU ARKUSZA

5 zadań · 10 pkt

1



(0-4 pkt) Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = \begin{cases} 2x + 6 & \text{dla } x \in [-4, -1) \\ -x + 3 & \text{dla } x \in [-1, 3] \\ x - 3 & \text{dla } x \in (3, 5] \end{cases}$.

Uzupełnij zdania.

- Zbiorem wartości funkcji f jest przedział
- Funkcja f ma miejsca zerowe.
- Zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności $f(x) \geq 2$ jest zbiór
- Największa wartość funkcji f w przedziale $[0, 5]$ jest równa

2



(0-1 pkt) Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = \begin{cases} x^2 - 16 & \text{dla } x \leq 2 \\ 2x - 1 & \text{dla } x > 2 \end{cases}$. Liczba miejsc zerowych funkcji f jest równa

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

3



(0-1 pkt) Funkcja $f(x) = 3x^2 - kx - 4$ ma miejsce zerowe $x = 2$. Wtedy

- A. $k = -4$ B. $k = 2$ C. $k = 4$ D. $k = 8$

4 (0-2 pkt) Funkcja f jest określona tabelą:



x	-3	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	2	0	-1	2	-1	0

Oceń prawdziwość zdań. Wybierz P albo F.

1. Funkcja f ma dwa miejsca zerowe. P F
2. Wykres funkcji f jest symetryczny względem osi Oy . P F
3. Zbiór wartości funkcji f ma trzy elementy. P F

5



(0-2 pkt) Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = \begin{cases} x + 4 & \text{dla } x \in [-4, 0) \\ 4 - 2x & \text{dla } x \in [0, 4] \end{cases}$. Uzupełnij zdania.

1. Równanie $f(x) = \sqrt{5}$ ma rozwiązania.
2. Najmniejsza wartość funkcji f jest równa

▀▀▀ podstawowe ▀▀▀ średnie ▀▀▀ trudniejsze



Odpowiedzi

Zestawy A

1. a) 8 b) 0 c) -1 d) -2 e) $4 - 3\sqrt{2}$ f) $3 + 2\sqrt{3}$

2. a) $-2, 5$ b) brak c) $-1, 3$ d) 0 e) 2

Zestawy B

1. a) 2 b) $\{-2, 0, 3, 5\}$ c) 2 d) $f(0) = -2$ e) $\{-2, 2, 3\}$

2. a) $m = -7$ b) $k = 5$ c) $a = 3$ d) $b = 2$ e) $c = 4 - 3\sqrt{3}$

Zestawy C

1. a) $[-4, 4]$ b) $[-1, 2]$ c) $-3, 3$ d) $[-1, 1]$ e) $(-3, 3)$ f) $[-4, -2] \cup [2, 4]$

2. a) $[0, 6]$ b) -2 c) 6 dla $x = -5$ d) $\{-4\} \cup [2, 5)$ e) $(-3, 0)$ f) malejąca w $[-5, -2]$, rosnąca w $[-2, 2]$, stała w $[2, 5)$

3. a) $[-3, 3)$ b) nie (3 nie jest przyjmowane) c) -3 dla $x = 3$ d) $\{-4, -1\} \cup (3, 5]$ e) $[-3, -2]$ (bo $f(-2) = 2$) f) 2

Zadania w stylu arkusza

1. **Zbiór wartości.** lewa gałąź od $f(-4) = -2$ do 4 (bez 4), czyli $[-2, 4)$; środkowa od $f(-1) = 4$ do $f(3) = 0$, czyli $[0, 4]$; prawa $(0, 2]$. Razem $[-2, 4]$.
2. **Miejsca zerowe.** $2x + 6 = 0$ dla $x = -3$; $-x + 3 = 0$ dla $x = 3$; $x - 3 = 0$ dla $x = 3 \notin (3, 5]$. Dwa miejsca zerowe: -3 i 3 .
3. **Nierówność.** $2x + 6 \geq 2$ dla $x \geq -2$, czyli $[-2, -1)$; $-x + 3 \geq 2$ dla $x \leq 1$, czyli $[-1, 1]$; $x - 3 \geq 2$ dla $x \geq 5$, czyli $\{5\}$. Razem $[-2, 1] \cup \{5\}$.
4. **Wartość największa w $[0, 5]$.** $f(0) = 3$, środkowa gałąź maleje, prawa dochodzi do $f(5) = 2$. Największa to 3.

1 pkt za każde poprawnie uzupełnione zdanie.

Uwaga: w zdaniu 3 łatwo zgubić punkt $\{5\}$: tam prawa gałąź dochodzi do 2, a 5 należy do dziedziny.

2. B.

1. $x^2 - 16 = 0$ daje $x = \pm 4$; warunek $x \leq 2$ spełnia tylko -4 .

2. $2x - 1 = 0$ daje $x = \frac{1}{2}$, ale $\frac{1}{2} \not\geq 2$.

3. C.

1. $12 - 2k - 4 = 0$

2. $2k = 8$, więc $k = 4$.

4. PFP.

1. Zera w $x = -2$ i $x = 2$: dwa.

2. Symetria: dziedzina nie jest symetryczna (-3 jest, 3 nie ma), więc nie.

3. Zbiór wartości $\{-1, 0, 2\}$: trzy elementy.

2 pkt za trzy poprawne oceny. 1 pkt za dwie.

5. 1. **Równanie.** $x + 4 = \sqrt{5}$ daje $x = \sqrt{5} - 4 \in [-4, 0)$; $4 - 2x = \sqrt{5}$ daje $x = \frac{4-\sqrt{5}}{2} \in [0, 4]$. Dwa rozwiązania.
2. **Najmniejsza.** lewa gałąź $[0, 4)$, prawa $[-4, 4]$; najmniejsza $f(4) = -4$.

1 pkt za każde zdanie.

Matura z matematyki · Trening do lekcji 5.1 · Zadania autorskie, formy i punktacja wzorowane na arkuszach, informatorze i zasadach oceniania CKE z lat 2024–2026. Wszystkie odpowiedzi sprawdzone (tools/verify/mt5_1.py).