

Trening: układy z równaniem kwadratowym

Zestawy krótkich przykładów do lekcji 4.2 Układy równań z równaniem kwadratowym: podstawianie, liczba rozwiązań przez Δ , układy symetryczne i punkty wspólne okręgów. Na końcu zadania w stylu arkusza rozszerzonego.

POZIOM A · PODSTAWIANIE

ZESTAWY A

1 zestaw

1 Rozwiąż układ.



a) $y = x + 2$, $x^2 + y^2 = 10$

b) $x + y = 5$, $xy = 6$

c) $y = 2x$, $x^2 + y^2 = 20$

d) $y = x^2 - 3$, $y = 2x$

e) $x - 2y = 0$, $x^2 - y^2 = 12$

□□□ podstawowe □□□ średnie □□□ trudniejsze

POZIOM B · LICZBA ROZWIĄZAŃ

ZESTAWY B

1 zestaw

1 Podaj liczbę punktów wspólnych (albo parametr).



a) $x^2 + y^2 = 4$ i $y = x + 3$

b) $x^2 + y^2 = 8$ i $y = -x + 4$

c) $y = x^2$ i $y = 2x - 1$

d) $y = x^2 + 1$ i $y = kx$

e) $x^2 + y^2 = 25$ i $y = m$

styczne: k

dokładnie dwa punkty

□□□ podstawowe □□□ średnie □□□ trudniejsze

POZIOM C · OKRĘGI I CIĄGI

1 Oblicz.



a) punkty wspólne

$x^2 + y^2 = 25$ i

$x^2 + y^2 - 8x = 9$

d) $a_1 + a_3 = 10$,

$a_1^2 + a_3^2 = 68$ (ciąg

geometryczny, wyrazy

dodatnie); a_2

b) prosta przez punkty

wspólne $x^2 + y^2 = 4$ i

$(x - 3)^2 + y^2 = 1$

e) punkty prostej $y = x$ odległe o 5 od $(1, 0)$

c) $u + v = 9$, $u^2 + v^2 = 41$;

uv

podstawowe średnie trudniejsze

ZADANIA MATURALNE

Formy zadań jak w arkuszu rozszerzonym CKE. Układ z równaniem kwadratowym jest w nich etapem: punkt za równanie z jedną niewiadomą, kolejne za rozwiązania i odpowiedź.

1 (0–4 pkt) Prosta $y = x - 1$ przecina okrąg $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 10$ w punktach A i B .Oblicz długość cięciwy AB .2 (0–4 pkt) Wyznacz wszystkie wartości m , dla których prosta $y = mx + 2$ ma z okręgiem

$x^2 + y^2 = 1$ dwa punkty wspólne.

podstawowe średnie trudniejsze



Odpowiedzi

Zestawy A

1. a) $(1, 3), (-3, -1)$ b) $(2, 3), (3, 2)$ c) $(2, 4), (-2, -4)$ d) $(3, 6), (-1, -2)$ e) $(4, 2), (-4, -2)$

Zestawy B

1. a) 0 b) 1 c) 1 d) ± 2 e) $-5 < m < 5$

Zestawy C

1. a) $(2, \pm\sqrt{21})$ b) $x = 2$ c) 20 d) 4 e) $(4, 4), (-3, -3)$

Zadania w stylu arkusza

1. 1. **Podstawienie.** $(x - 2)^2 + (x - 4)^2 = 10$, czyli $2x^2 - 12x + 10 = 0$, $x^2 - 6x + 5 = 0$.
2. **Punkty.** $x = 1$ albo $x = 5$: $A = (1, 0)$, $B = (5, 4)$.
3. **Długość.** $|AB| = \sqrt{16 + 16} = 4\sqrt{2}$.
1 pkt za równanie z jedną niewiadomą. 2 pkt za jego rozwiązanie. 3 pkt za punkty. 4 pkt za $4\sqrt{2}$.
2. 1. **Podstawienie.** $x^2 + (mx + 2)^2 = 1$: $(1 + m^2)x^2 + 4mx + 3 = 0$.
2. **Warunek.** $\Delta = 16m^2 - 12(1 + m^2) = 4m^2 - 12 > 0$.
3. **Wynik.** $m^2 > 3$: $m < -\sqrt{3}$ albo $m > \sqrt{3}$.
1 pkt za równanie kwadratowe w x . 2 pkt za warunek $\Delta > 0$. 3 pkt za $4m^2 - 12 > 0$. 4 pkt za odpowiedź.

Uwaga: rozwiązanie przez odległość środka od prostej ($\frac{2}{\sqrt{1+m^2}} < 1$) jest również dobre.

Matura z matematyki · Trening do lekcji 4.2 · Zadania autorskie, formy i punktacja wzorowane na arkuszach i zasadach oceniania CKE dla poziomu rozszerzonego. Wszystkie odpowiedzi sprawdzone (tools/verify/mt4_2.py).