

Trening: wzory Viète'a i parametry

Zestawy krótkich przykładów do lekcji 3.6 Wzory Viète'a i równania z parametrem: wartości wyrażeń symetrycznych, przeliczanie warunków na s i p , warunki istnienia i znaku oraz położenie pierwiastków względem liczby. Na końcu zadania w stylu arkusza rozszerzonego.

POZIOM A · WYRAŻENIA SYMETRYCZNE

ZESTAWY A

1 zestaw

1 Dla równania $x^2 - 3x - 2 = 0$ oblicz (bez wyznaczania pierwiastków).



a) $x_1 + x_2, x_1 x_2$

b) $x_1^2 + x_2^2$

c) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$

d) $(x_1 - x_2)^2$

e) $x_1^3 + x_2^3$

f) $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1}$

□□□ podstawowe ■□□ średnie ■■■ trudniejsze

POZIOM B · WARUNKI NA PARAMETR

ZESTAWY B

2 zestawy

1 Wyznacz m , dla których równanie ma dwa różne pierwiastki.



a) $x^2 + 4x + m = 0$

b) $x^2 - mx + 9 = 0$

c) $mx^2 + 2x + 1 = 0$

d) $x^2 + 2mx + 3m - 2 = 0$

- 2 Zapisz pełny układ warunków (bez rozwiązywania), dla $f(x) = x^2 + bx + c$ z b, c zależnymi od m .

- a) dwa różne dodatnie b) różnych znaków c) dwa różne, oba większe od 2
- d) $x_1 < -1 < x_2$ e) oba w $(0, 3)$

podstawowe średnie trudniejsze

POZIOM C · PEŁNE KRÓTKIE ZADANIA

ZESTAWY C

1 zestaw

- 1 Wyznacz wszystkie m .

- a) $x^2 - 2x + m = 0$, dwa różne, $x_1^2 + x_2^2 = 10$ b) $x^2 + (m - 2)x - 2m = 0$, $|x_1 - x_2| = 5$ c) $x^2 - mx + m - 1 = 0$, dwa różne dodatnie
- d) $x^2 - 4x + m = 0$, $x_1 = 3x_2$ e) $x^2 + mx + 1 = 0$, $x_1^2 + x_2^2 > 7$ (dwa różne)

podstawowe średnie trudniejsze

ZADANIA MATURALNE

Forma jak w arkuszu rozszerzonym CKE. Punkty są przyznawane osobno za każdy etap: istnienie pierwiastków, znaki, warunek, część wspólna.

ZADANIA W STYLU ARKUSZA

2 zadania · 10 pkt

- 1 (0–5 pkt) Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których równanie $x^2 + (m + 1)x + m = 0$ ma dwa różne rozwiązania rzeczywiste x_1, x_2 spełniające warunek $x_1^3 + x_2^3 \leq -9$.

- 2 (0–5 pkt) Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których równanie $x^2 - 2mx + m + 6 = 0$ ma dwa różne pierwiastki, oba większe od 1.

podstawowe średnie trudniejsze



Odpowiedzi

Zestawy A

1. a) 3; -2 b) 13 c) $-\frac{3}{2}$ d) 17 e) 45 f) $-\frac{13}{2}$

Zestawy B

1. a) $m < 4$ b) $m < -6$ albo $m > 6$ c) $m < 1, m \neq 0$ d) $m < 1$ albo $m > 2$
2. a) $\Delta > 0, -b > 0, c > 0$ b) $c < 0$ c) $\Delta > 0, -\frac{b}{2} > 2, f(2) > 0$ d) $f(-1) < 0$ e) $\Delta > 0, 0 < -\frac{b}{2} < 3, f(0) > 0, f(3) > 0$

Zestawy C

1. a) $m = -3$ b) $m = -7$ albo $m = 3$ c) $m \in (1, 2) \cup (2, +\infty)$ d) $m = 3$ e) $m < -3$ albo $m > 3$

Zadania w stylu arkusza

1. 1. $\Delta. (m+1)^2 - 4m = (m-1)^2 > 0: m \neq 1.$
2. Viète. $s = -(m+1), p = m.$
3. Warunek. $s^3 - 3sp = -(m+1)^3 + 3m(m+1) = -(m+1)(m^2 - m + 1) = -(m^3 + 1) \leq -9$, czyli $m^3 \geq 8, m \geq 2.$
4. Część wspólna. $m \in [2, +\infty).$

1 pkt za $\Delta > 0$. 1 pkt za zapis $x_1^3 + x_2^3 = s^3 - 3sp$. 2 pkt za nierówność $-(m^3 + 1) \leq -9$ i jej rozwiązanie (1 pkt za nierówność, 1 pkt za $m \geq 2$). 1 pkt za część wspólną.

Uwaga: pierwiastki to -1 i $-m$; można też liczyć wprost: $-1 - m^3 \leq -9$.

2. 1. $\Delta. \frac{A}{4} = m^2 - m - 6 = (m-3)(m+2) > 0: m < -2$ albo $m > 3.$
2. Wierzchołek. $x_w = m > 1.$
3. $f(1). 1 - 2m + m + 6 = 7 - m > 0: m < 7.$
4. Część wspólna. $m \in (3, 7).$

1 pkt za $\Delta > 0$. 1 pkt za warunek $x_w > 1$. 1 pkt za $f(1) > 0$. 1 pkt za rozwiązania warunków. 1 pkt za $m \in (3, 7).$

Uwaga: zamiast x_w i $f(1)$ można użyć $(x_1 - 1) + (x_2 - 1) > 0$ i $(x_1 - 1)(x_2 - 1) > 0: 2m - 2 > 0$ i $p - s + 1 = 7 - m > 0$.

Matura z matematyki · Trening do lekcji 3.6 · Zadania autorskie, formy i punktacja wzorowane na arkuszach i zasadach oceniania CKE dla poziomu rozszerzonego z lat 2024–2026. Wszystkie odpowiedzi sprawdzone (tools/verify/mt3_6.py).