

Trening: wyrażenia, równania i nierówności wymierne

Zestawy krótkich przykładów do lekcji 3.4 Wyrażenia, równania i nierówności wymierne: dziedzina i upraszczanie sum ułamków, równania wymierne z odrzucaniem pierwiastków i nierówności wymierne rozwiązywane przez iloczyn. Na końcu zadania w stylu arkusza rozszerzonego.

POZIOM A · WYRAŻENIA

ZESTAWY A

1 zestaw

1 Uprość i podaj dziedzinę.



a) $\frac{1}{x} + \frac{2}{x+1}$

b) $\frac{3}{x-1} - \frac{3}{x+1}$

c) $\frac{x}{x-2} - \frac{4}{x^2-2x}$

d) $\frac{x^2-9}{x^2+3x}$

e) $\frac{2}{x+3} + \frac{x-1}{x^2-9}$

□□□ podstawowe ■■■ średnie ■■■■ trudniejsze

POZIOM B · RÓWNANIA

ZESTAWY B

1 zestaw

1 Rozwiąż.



a) $\frac{x^2 - 4}{x - 2} = 0$

b) $\frac{x^2}{x + 2} = \frac{4}{x + 2}$

c) $\frac{1}{x} + \frac{1}{x + 2} = \frac{4}{3}$

d) $\frac{x + 1}{x - 1} - \frac{x - 1}{x + 1} = \frac{8}{x^2 - 1}$

e) $\frac{2x}{x - 3} = \frac{6}{x - 3}$

▮▮▮ podstawowe ▮▮▮ średnie ▮▮▮ trudniejsze

POZIOM C · NIERÓWNOŚCI

ZESTAWY C

2 zestawy

1 Rozwiąż nierówność.



a) $\frac{x - 4}{x + 1} < 0$

b) $\frac{x + 2}{3 - x} \geq 0$

c) $\frac{3}{x - 2} > 1$

d) $\frac{x}{x - 1} \leq 2$

e) $\frac{x^2 - 1}{x} > 0$

f) $\frac{(x - 2)^2}{x + 3} \leq 0$

2 Wyznacz wartości parametru.



a) $\frac{m + 4}{1 - m} > 0$

b) $\frac{m}{m - 2} < -1$

c) $\frac{m^2 - 1}{m + 2} \geq 0$

d) $\frac{2m + 6}{m^2} > 0$

▮▮▮ podstawowe ▮▮▮ średnie ▮▮▮ trudniejsze

ZADANIA MATURALNE

Formy zadań jak w arkuszu rozszerzonym CKE: zadania otwarte z punktowanymi etapami: dziedzina, jeden ułamek, nierówność wielomianowa, zbiór.

ZADANIA W STYLU ARKUSZA

3 zadania · 9 pkt

1 (0-3 pkt) Rozwiąż nierówność $\frac{2}{x - 1} \leq \frac{1}{x + 1}$.



2 (0-3 pkt) Rozwiąż równanie $\frac{x}{x + 3} + \frac{1}{x - 3} = \frac{6}{x^2 - 9}$.



3 (0-3 pkt) Wyznacz wszystkie wartości m , dla których $\frac{m + 6}{m - 2} > m$.





Odpowiedzi

Zestawy A

1. a) $\frac{3x+1}{x(x+1)}$; $x \neq 0, -1$ b) $\frac{6}{x^2-1}$; $x \neq \pm 1$ c) $\frac{x+2}{x}$; $x \neq 0, 2$ d) $\frac{x-3}{x}$; $x \neq 0, -3$ e) $\frac{3x-7}{x^2-9}$; $x \neq \pm 3$

Zestawy B

1. a) -2 b) -2 odrzucone; 2 c) $-\frac{3}{2}, 1$ d) 2 e) brak rozwiązań

Zestawy C

1. a) $(-1, 4)$ b) $[-2, 3)$ c) $(2, 5)$ d) $(-\infty, 1) \cup [2, +\infty)$ e) $(-1, 0) \cup (1, +\infty)$ f) $(-\infty, -3) \cup \{2\}$
2. a) $(-4, 1)$ b) $(1, 2)$ c) $(-2, -1] \cup [1, +\infty)$ d) $(-3, 0) \cup (0, +\infty)$

Zadania w stylu arkusza

1. 1. Jeden ułamek. $\frac{2(x+1)-(x-1)}{(x-1)(x+1)} = \frac{x+3}{(x-1)(x+1)} \leq 0, x \neq \pm 1$.

2. Wężyk. pierwiastki $-3, -1, 1$; znaki od prawej: $+, -, +, -$.

3. Wynik. $x \in (-\infty, -3] \cup (-1, 1)$.

1 pkt za dziedzinę i jeden ułamek. 2 pkt za równoważną nierówność wielomianową. 3 pkt za zbiór.

2. 1. Dziedzina. $x \neq \pm 3$.

2. Mnożenie. $x(x-3) + (x+3) = 6$, czyli $x^2 - 2x - 3 = 0$.

3. Wynik. $x = 3$ (poza dziedziną) albo $x = -1$.

1 pkt za dziedzinę. 2 pkt za równanie kwadratowe z pierwiastkami. 3 pkt za $x = -1$.

3. 1. Jeden ułamek. $\frac{m+6-m^2+2m}{m-2} = \frac{-(m^2-3m-6)}{m-2} > 0$.

2. Iloczyn. $(m^2-3m-6)(m-2) < 0$; pierwiastki trójmianu $\frac{3 \mp \sqrt{33}}{2}$.

3. Kolejność. $\frac{3-\sqrt{33}}{2} \approx -1,37 < 2 < \frac{3+\sqrt{33}}{2} \approx 4,37$; znaki iloczynu od prawej: $+, -, +, -$.

4. Zbiór.

$$m \in \left(-\infty, \frac{3-\sqrt{33}}{2}\right) \cup \left(2, \frac{3+\sqrt{33}}{2}\right).$$

1 pkt za jeden ułamek. 2 pkt za nierówność iloczynową z pierwiastkami. 3 pkt za zbiór.

Matura z matematyki · Trening do lekcji 3.4 · Zadania autorskie, formy i punktacja wzorowane na arkuszach, informatorze i zasadach oceniania CKE dla poziomu rozszerzonego. Wszystkie odpowiedzi sprawdzone (tools/verify/mt3_4.py).