

Trening: nierówności wielomianowe i równania dwukwadratowe

Zestawy krótkich przykładów do lekcji 3.3 Nierówności wielomianowe i równania dwukwadratowe: znak iloczynu, pierwiastki wielokrotne, rozkład przez grupowanie i pierwiastki całkowite, równania dwukwadratowe i liczba ich rozwiązań. Na końcu zadania w stylu arkusza rozszerzonego.

POZIOM A · POSTAĆ ILOCZYNOWA

ZESTAWY A

1 zestaw

1 Rozwiąż nierówność.



- a) $(x-1)(x+2)(x-4) < 0$ b) $-(x+3)(x-2)x \geq 0$ c) $(x+1)^2(x-3) \leq 0$
d) $(x+1)^2(x-3) < 0$ e) $x^2(x-5)(x+1) > 0$ f) $(x^2+3)(x-2)^3 \geq 0$

▀▀▀ podstawowe ▀▀▀ średnie ▀▀▀ trudniejsze

POZIOM B · NAJPIERW ROZKŁAD

ZESTAWY B

1 zestaw

1 Rozłóż i rozwiąż.



- a) $x^3 - 4x \geq 0$ b) $x^3 + 3x^2 - x - 3 < 0$ c) $x^3 - 6x^2 + 9x > 0$
d) $x^3 - 7x + 6 \leq 0$ e) $x^4 - 16 < 0$ f) $2x^3 - x^2 - 8x + 4 \geq 0$

POZIOM C · DWUKWADRATOWE

ZESTAWY C

2 zestawy

1 Rozwiąż.



a) $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$

b) $x^4 + 3x^2 - 4 = 0$

c) $x^4 + 5x^2 + 6 = 0$

d) $x^4 - 3x^2 = 0$

e) $x^4 - 5x^2 + 4 \geq 0$

2 Podaj liczbę rozwiązań równania $x^4 - 6x^2 + m = 0$ dla podanego m .



a) $m = 5$

b) $m = 9$

c) $m = 0$

d) $m = -7$

e) $m = 10$

 podstawowe
  średnie
  trudniejsze

ZADANIA MATURALNE

Formy zadań jak w arkuszu rozszerzonym CKE: zadania otwarte, w których punktowane są etapy: rozkład, układ znaków, zbiór rozwiązań.

ZADANIA W STYLU ARKUSZA

3 zadania · 10 pkt

1 (0-3 pkt) Rozwiąż nierówność $x^3 - 5x^2 + 3x + 9 > 0$.



2 (0-3 pkt) Rozwiąż nierówność $x^4 - 3x^3 - 4x^2 \leq 0$.



3 (0-4 pkt) Wyznacz wszystkie wartości m , dla których równanie $x^4 + (2m - 4)x^2 + m^2 - 4m = 0$ ma dokładnie trzy różne rozwiązania.



 podstawowe
  średnie
  trudniejsze



Odpowiedzi

Zestawy A

1. a) $(-\infty, -2) \cup (1, 4)$ b) $(-\infty, -3] \cup [0, 2]$ c) $(-\infty, 3]$ d) $(-\infty, -1) \cup (-1, 3)$ e) $(-\infty, -1) \cup (5, +\infty)$
f) $[2, +\infty)$

Zestawy B

1. a) $[-2, 0] \cup [2, +\infty)$ b) $(-\infty, -3) \cup (-1, 1)$ c) $(0, 3) \cup (3, +\infty)$ d) $(-\infty, -3] \cup [1, 2]$ e) $(-2, 2)$ f) $[-2, \frac{1}{2}] \cup [2, +\infty)$

Zestawy C

1. a) ± 2 b) ± 1 c) brak rozwiązań d) $0, \pm\sqrt{3}$ e) $(-\infty, -2] \cup [-1, 1] \cup [2, +\infty)$
2. a) 4 b) 2 c) 3 d) 2 e) 0

Zadania w stylu arkusza

1. 1. **Pierwiastek.** $W(-1) = -1 - 5 - 3 + 9 = 0$.
2. **Rozkład.** Horner przez $x + 1$: 1; -6; 9; 0, czyli $(x + 1)(x^2 - 6x + 9) = (x + 1)(x - 3)^2$.
3. **Wynik.** $x > -1$ i $x \neq 3$: $(-1, 3) \cup (3, +\infty)$.
1 pkt za pierwiastek -1. 2 pkt za rozkład. 3 pkt za zbiór z wykluczonym 3.
2. 1. **Rozkład.** $x^2(x^2 - 3x - 4) = x^2(x - 4)(x + 1)$.
2. **Znak.** dla $x \neq 0$ znak to znak $(x - 4)(x + 1)$: ujemny na $(-1, 4)$.
3. **Wynik.** $[-1, 4]$ (liczba 0 już w nim jest).
1 pkt za wyłączenie x^2 . 2 pkt za pełny rozkład i układ znaków. 3 pkt za $[-1, 4]$.
3. 1. **Podstawienie.** $t^2 + (2m - 4)t + m(m - 4) = 0$, czyli $(t + m)(t + m - 4) = 0$: $t = -m$ albo $t = 4 - m$.
2. **Trzy rozwiązania.** jedno t równe 0, drugie dodatnie.
3. **Przypadki.** $-m = 0$: $m = 0$, wtedy $t = 4 > 0 \checkmark$. $4 - m = 0$: $m = 4$, wtedy $t = -4 < 0 \times$.
4. **Wynik.** $m = 0$ (rozwiązania 0, ± 2).
1 pkt za równanie w t . 2 pkt za $t = -m, t = 4 - m$. 3 pkt za warunek „jedno $t = 0$, drugie $t > 0$ ”. 4 pkt za $m = 0$.

Matura z matematyki · Trening do lekcji 3.3 · Zadania autorskie, formy i punktacja wzorowane na arkuszach, informatorze i zasadach oceniania CKE dla poziomu rozszerzonego. Wszystkie odpowiedzi sprawdzone (tools/verify/mt3_3.py).