MATURA · POZIOM ROZSZERZONY · ARKUSZ DO DRUKU 14.2

Arkusz próbny do rozwiązania: poziom rozszerzony

Wersja arkusza z lekcji 14.2 Arkusz próbny: poziom rozszerzony bez rozwiązań: 13 zadań otwartych, 50 punktów, 180 minut. Wydrukuj, rozwiąż na czas, a potem oceń się według punktacji w lekcji.

ZADANIA 1–13

Zapisz rozwiązania z obliczeniami. Rozwiązania i punktacja są w lekcji 14.2 Arkusz próbny: poziom rozszerzony.

ARKUSZ ROZSZERZONY

13 zadań · 50 pkt · 180 min

1 **(0–2 pkt)** Oblicz granicę $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{n^2+3n}-n\right)$.

2 **(0–3 pkt)** Rozwiąż nierówność $|x-1|+|x+2|\leq 5$.

3 **(0–3 pkt)** Wykaż, że dla dowolnych liczb dodatnich a i b prawdziwa jest nierówność $a^3+b^3\geq a^2b+ab^2$.

4 **(0–4 pkt)** Rozwiąż równanie $\sin 2x=\cos x$ w przedziale $[0,2\pi]$.

5 **(0–5 pkt)** Wyznacz wszystkie wartości parametru m, dla których równanie $x^2-2mx+m+2=0$ ma dwa różne rozwiązania rzeczywiste x_1, x_2 spełniające warunek $x_1^2+x_2^2=8$.

6 **(0–3 pkt)** Z cyfr $1, 2, 3, 4, 5, 6$ tworzymy losowo liczbę sześciocyfrową o różnych cyfrach. Oblicz prawdopodobieństwo, że cyfry 1 i 2 nie stoją obok siebie.

7 ▰▰▱ **(0–4 pkt)** Maszyna I wytwarza 60%, a maszyna II 40% wszystkich detali. Wadliwych jest 3% detali z maszyny I i 5% z maszyny II. Losowo wybrany detal okazał się wadliwy. Oblicz prawdopodobieństwo, że wytworzyła go maszyna II. Wynik podaj w zaokrągleniu do części setnych.

---

8 ▰▰▱ **(0–4 pkt)** Wyznacz wszystkie wartości m, dla których prosta $y = x + m$ jest styczna do okręgu $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 20 = 0$.

---

9 ▰▰▱ **(0–3 pkt)** Czworokąt wypukły $ABCD$ jest wpisany w okrąg i $|AB| = |BC|$. Wykaż, że przekątna DB jest dwusieczną kąta ADC.

---

10 ▰▰▰ **(0–5 pkt)** W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym $ABCDS$ krawędź podstawy ma długość 6, a wysokość ostrosłupa jest równa 3. Oblicz miarę kąta między sąsiednimi ścianami bocznymi ABS i BCS.

---

11 ▰▰▱ **(0–3 pkt)** Wyznacz równanie stycznej do wykresu funkcji $f(x) = \frac{x^2+1}{x}$ w punkcie o odciętej 2.

---

12 ▰▰▱ **(0–4 pkt)** Suma wszystkich wyrazów nieskończonego ciągu geometrycznego jest równa 12, a suma kwadratów wszystkich jego wyrazów jest równa 48. Wyznacz pierwszy wyraz i iloraz tego ciągu.

---

13 ▰▰▰ **(0–7 pkt)** Rozpatrujemy wszystkie prostopadłościany o podstawie kwadratowej, w których suma długości wszystkich dwunastu krawędzi jest równa 24.

13.1. (0–3 pkt) Wykaż, że objętość takiego prostopadłościanu o krawędzi podstawy a wyraża się wzorem $V(a) = 6a^2 - 2a^3$ dla $a \in (0, 3)$.

13.2. (0–4 pkt) Wyznacz wymiary prostopadłościanu o największej objętości i tę objętość.

▰▱▱ podstawowe ▰▰▱ średnie ▰▰▰ trudniejsze

Odpowiedzi

Arkusz rozszerzony

1.
2.
3.
4.
5.
6.
7.
8.
9.
10.
11.
12.
13.

Matura z matematyki · Arkusz próbny do lekcji 14.2 · Zadania autorskie, forma arkusza wzorowana na arkuszach CKE z lat 2025–2026. Odpowiedzi sprawdzone (tools/verify/mt14_2.py).