

Trening: granice, ciągłość, Darboux

Zestawy krótkich przykładów do lekcji 13.1 Granice i ciągłość funkcji, własność Darboux: granice z $\frac{0}{0}$, granice jednostronne i w nieskończoności, ciągłość funkcji sklejanych i wartości do dowodów z własności Darboux. Na końcu zadania w stylu arkusza rozszerzonego.

POZIOM A · GRANICE Z 0/0

ZESTAWY A

1 zestaw

1 Oblicz granicę.



a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1}$

b) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{x + 2}$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 3x}{x}$

d) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 3}$

e) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x - 1}$

■ ■ ■ podstawowe ■ ■ ■ średnie ■ ■ ■ trudniejsze

POZIOM B · JEDNOSTRONNE I W NIESKOŃCZONOŚCI

ZESTAWY B

1 zestaw

1 Oblicz granicę.



a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + 1}{x - 3}$

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{x^3 + 1}$

c) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x}$

d) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x}$

e) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 - x^2}{2x^2 + x}$

■ ■ ■ podstawowe ■ ■ ■ średnie ■ ■ ■ trudniejsze

ZESTAWY C

1 zestaw

1 Wyznacz parametr, dla którego funkcja jest ciągła.



a) $x + a$ dla $x < 0$, $x^2 + 2$ dla $x \geq 0$

b) $2x - b$ dla $x \leq 1$, $bx + 4$ dla $x > 1$

c) $\frac{x^2 - 16}{x - 4}$ dla $x \neq 4$, k dla $x = 4$

podstawowe średnie trudniejsze

POZIOM D · WARTOŚCI DO DOWODU Z DARBOUX

ZESTAWY D

1 zestaw

1 Oblicz wartości funkcji w podanych punktach i wskaż przedziały, w których na pewno jest miejsce zerowe.



a) $x^3 + 2x - 5$ w 1 i 2

b) $2^x - 3x$ w 3 i 4

c) $x^4 - 3x - 1$ w $-1, 0, 1, 2$

podstawowe średnie trudniejsze

ZADANIA MATURALNE

Formy zadań jak w arkuszu rozszerzonym CKE: dowód i krótkie zadanie otwarte.

ZADANIA W STYLU ARKUSZA

2 zadania · 5 pkt

1 (0-3 pkt) Wykaż, że funkcja $f(x) = x^3 - 6x + 2$ ma dokładnie trzy miejsca zerowe.2 (0-2 pkt) Oblicz granicę $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{x^2 - 1}$.

podstawowe średnie trudniejsze



Odpowiedzi

Zestawy A

1. a) 2 b) -4 c) 3 d) 1 e) $x^2 + x + 1 \rightarrow 3$

Zestawy B

1. a) 2 b) 0 c) $+\infty$ d) $-\infty$ e) $-\frac{1}{2}$

Zestawy C

1. a) $a = 2$ b) $b = -1$ c) $k = 8$

Zestawy D

1. a) -2 i 7 : pierwiastek w $(1, 2)$ b) -1 i 4 : pierwiastek w $(3, 4)$ c) $3, -1, -3, 9$: pierwiastki w $(-1, 0)$ i $(1, 2)$

Zadania w stylu arkusza

1. 1. **Wartości.** $f(-3) = -7, f(-2) = 6, f(0) = 2, f(1) = -3, f(3) = 11$.
2. **Znaki i ciągłość.** zmiany znaku na $[-3, -2], [0, 1], [1, 3]$; f jest wielomianem, więc jest ciągła na każdym z nich.
3. **Wniosek.** z własności Darboux w każdym z trzech rozłącznych przedziałów jest miejsce zerowe; wielomian stopnia 3 ma ich co najwyżej trzy, więc dokładnie trzy. ■
1 pkt za wartości w punktach dających trzy zmiany znaku. **2 pkt** za uzasadnienie ciągłości i powołanie się na własność Darboux. **3 pkt** za argument „co najwyżej trzy”.
2. 1. **Rozkład.** $\frac{(x+1)(x^2-x+1)}{(x+1)(x-1)} = \frac{x^2-x+1}{x-1}$.
2. **Granica.** $\frac{3}{-2} = -\frac{3}{2}$.
1 pkt za skrócenie przez $x + 1$. **2 pkt** za $-\frac{3}{2}$.

Matura z matematyki · Trening do lekcji 13.1 · Zadania autorskie, formy i punktacja wzorowane na informatorze i zasadach oceniania CKE dla poziomu rozszerzonego. Wszystkie odpowiedzi sprawdzone (tools/verify/mt13_1.py).