

Trening: warunkowe, całkowite, Bayes

Zestawy krótkich przykładów do lekcji 12.3

Prawdopodobieństwo warunkowe, całkowite i wzór Bayesa: prawdopodobieństwo warunkowe w modelu klasycznym, drzewa, prawdopodobieństwo całkowite i wzór Bayesa. Na końcu zadania w stylu arkusza rozszerzonego.

POZIOM A · $P(A|B)$

ZESTAWY A

1 zestaw

1 Oblicz.



a) dwie kostki: suma 7 pod warunkiem, że w pierwszym rzucie wypadło 3

b) dwie kostki: suma co najmniej 10 pod warunkiem, że w pierwszym rzucie wypadło 6

c) dwie monety: dwa orły pod warunkiem co najmniej jednego orła

d) liczba z $\{1, \dots, 20\}$: podzielna przez 4 pod warunkiem, że parzysta

e) $P(A \cap B) = 0,12$,
 $P(B) = 0,3$: $P(A|B)$

■ ■ ■ podstawowe ■ ■ ■ średnie ■ ■ ■ trudniejsze

POZIOM B · DRZEWO

ZESTAWY B

1 zestaw

- 1 Urna: 2 kule białe i 3 czarne (w ostatnim przykładzie 3 białe i 2 czarne). Oblicz.
- a) dwie bez zwracania: obie białe b) dwie bez zwracania: druga czarna c) dwie ze zwracaniem: różne kolory
- d) trzy bez zwracania z urny 3 b, 2 c: wszystkie białe

▣▣ podstawowe ▣▣▣ średnie ▣▣▣▣ trudniejsze

POZIOM C · PRAWDOPODOBIENSTWO CAŁKOWITE

ZESTAWY C

1 zestaw

- 1 Oblicz $P(A)$.
- a) moneta wybiera urnę I (1 b, 1 c) albo II (3 b, 1 c); A — biała b) $P(B_1) = 0,6$, $P(A|B_1) = 0,1$, $P(A|B_2) = 0,3$ c) kostka: 1–2 urna I (2 b, 2 c), 3–6 urna II (1 b, 4 c); A — biała
- d) automaty: 70% i 30% produkcji, braki 1% i 4%; A — brak

▣▣ podstawowe ▣▣▣ średnie ▣▣▣▣ trudniejsze

POZIOM D · WZÓR BAYESA

ZESTAWY D

1 zestaw

- 1 Oblicz (dane z poziomu C).
- a) urna I pod warunkiem, że wylosowano białą (pierwszy przykład C) b) $P(B_1|A)$ (drugi przykład C) c) automat II pod warunkiem braku
- d) choroba 2%, test: dodatni u 90% chorych i 5% zdrowych; chory pod warunkiem wyniku dodatniego

▣▣ podstawowe ▣▣▣ średnie ▣▣▣▣ trudniejsze

ZADANIA MATURALNE

Formy zadań jak w arkuszu rozszerzonym CKE: zadania otwarte z punktowanymi etapami.

ZADANIA W STYLU ARKUSZA

2 zadania · 6 pkt

- 1 **(0–3 pkt)** Adam trafia rzut wolny z prawdopodobieństwem 0,8, a Bartek z  prawdopodobieństwem 0,5. Trener rzuca monetą, który z nich wykona rzut. Rzut był celny. Oblicz prawdopodobieństwo, że rzucał Adam. Wynik podaj w zaokrągleniu do części setnych.
- 2 **(0–3 pkt)** Ze zbioru $\{1, 2, \dots, 10\}$ losujemy kolejno dwie liczby bez zwracania. Oblicz  prawdopodobieństwo, że iloczyn wylosowanych liczb jest parzysty, jeśli wiadomo, że ich suma jest parzysta.

 podstawowe  średnie  trudniejsze



Odpowiedzi

Zestawy A

1. a) $\frac{1}{6}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{1}{3}$ d) $\frac{1}{2}$ e) 0,4

Zestawy B

1. a) $\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{10}$ b) $\frac{3}{5}$ c) $2 \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{5} = \frac{12}{25}$ d) $\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{10}$

Zestawy C

1. a) $\frac{5}{8}$ b) 0,18 c) $\frac{3}{10}$ d) 0,019

Zestawy D

1. a) $\frac{1/4}{5/8} = \frac{2}{5}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{12}{19} \approx 0,63$ d) $\frac{18}{67} \approx 0,27$

Zadania w stylu arkusza

1. 1. Dane. $P(A) = P(B) = 0,5$; $P(T|A) = 0,8$, $P(T|B) = 0,5$.
2. Całkowite. $P(T) = 0,4 + 0,25 = 0,65$.
3. Bayes. $P(A|T) = \frac{0,4}{0,65} = \frac{8}{13} \approx 0,62$.
1 pkt za wypisanie danych. 2 pkt za $P(T) = 0,65$. 3 pkt za $\approx 0,62$.
2. 1. $|B|$. suma parzysta: obie nieparzyste $5 \cdot 4$ albo obie parzyste $5 \cdot 4$; $|B| = 40$.
2. $|A \cap B|$. iloczyn parzysty przy parzystej sumie tylko dla obu parzystych: 20.
3. Wynik. $\frac{20}{40} = \frac{1}{2}$.
1 pkt za $|B| = 40$. 2 pkt za $|A \cap B| = 20$. 3 pkt za wynik.

Matura z matematyki · Trening do lekcji 12.3 · Zadania autorskie, formy i punktacja wzorowane na informatorze i zasadach oceniania CKE dla poziomu rozszerzonego. Wszystkie odpowiedzi sprawdzone (tools/verify/mt12_3.py).