

Statystyka: średnie, mediana, dominanta

Statystyka daje na maturze podstawowej 2–4 punkty i jest jedną z najłatwiejszych części arkusza: w maju 2025 zadanie o średniej rozwiązało 91% zdających. Punkty traci się w trzech miejscach: mediana z tabeli licznosci przy parzystej liczbie danych, średnia z dwóch grup różnej wielkości i zadania z luką, w których trzeba podać wynik dokładny, bez zaokrąglania. Wszystkie trzy sprowadzają się do jednej zasady: licz na pełnej liście danych, nawet jeśli dostałeś ją w postaci tabeli.

CZAS

ok. 25 min
czytania + ok. 35
min zadań

ZADANIA

10 zadań w treści,
próbka treningu
rachunkowego, 5
zadań w stylu
maturalnym;
pełny trening na
osobnej stronie

WYMAGANIA

podstawa
programowa,
zakres
podstawowy:
XII.2

W TEJ LEKCJI

- 0 Trzy liczby opisujące dane
- 1 Średnia arytmetyczna: myśl o sumie
- 2 Średnia ważona, tabela licznosci, łączenie grup
- 3 Mediana i dominanta
- 4 Dane z diagramu
- 5 Trening rachunkowy
- 6 Na maturze
- 7 Najczęstsze błędy
- 8 Sprawdź się
- 9 Karta wzorów i co dalej

Trzy liczby opisujące dane

Średnia to suma danych podzielona przez ich liczbę. **Mediana** to wartość środkowa po uporządkowaniu danych. **Dominanta** (moda) to wartość występująca najczęściej. Te trzy liczby mogą się bardzo różnić: dla danych 1, 2, 100 średnia wynosi 34,(3), a mediana 2. Jedna duża wartość ciągnie średnią, ale prawie nie zmienia mediany.

Średnia arytmetyczna: myśl o sumie

🔔 ŚREDNIA (W BROSZURZE CKE)

$$\bar{a} = \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n}, \text{ czyli } a_1 + a_2 + \dots + a_n = n \cdot \bar{a}.$$

Druga postać rozwiązuje większość zadań: znając średnią i liczbę danych, znasz ich **sumę**. Dopisanie, usunięcie albo zmiana jednej liczby zmienia sumę o znaną wielkość.

Przykład 1.1

Dopisana liczba

Średnia arytmetyczna pięciu liczb jest równa 6. Po dopisaniu szóstej liczby średnia wzrosła do 7. Jaką liczbę dopisano?

- 1 Suma pięciu liczb: $5 \cdot 6 = 30$. Suma sześciu: $6 \cdot 7 = 42$.
- 2 $x = 42 - 30$.

Wynik: 12.

Przykład 1.2

Brakująca dana

Średnia arytmetyczna liczb 2, 4, 6, 8, x jest równa 6. Oblicz x .

1 $2 + 4 + 6 + 8 + x = 5 \cdot 6 = 30.$

2 $x = 30 - 20.$

Wynik: $x = 10.$

ZADANIA · CZĘŚĆ 1

3 zadania · ok. 4 min

1 Średnia ocen 4, 5, 3, 5, x jest równa 4,2. Oblicz x .

2 Średnia dziesięciu liczb jest równa 8. Usunięto z nich liczbę 17. Oblicz średnią pozostałych dziewięciu liczb.

3 Średnia liczb a, b, c jest równa 5. Oblicz średnią liczb $2a + 1, 2b + 1, 2c + 1$.

▢▢▢ podstawowe ▢▢▢ średnie ▢▢▢ trudniejsze

2 Średnia ważona, tabela licznosci, łączenie grup

📖 ŚREDNIA WAŻONA (W BROSZURZE CKE)

$$\bar{s} = \frac{w_1 a_1 + w_2 a_2 + \dots + w_n a_n}{w_1 + w_2 + \dots + w_n}$$

- **Tabela licznosci** to średnia ważona: wagami są liczby osób z danym wynikiem, a mianownikiem liczba wszystkich osób, nie liczba kolumn.
- **Łączenie grup**: średnia całości to średnia ważona średnich grup z wagami równymi liczebnościom grup. Zwykła średnia dwóch średnich jest poprawna tylko wtedy, gdy grupy są równe.

Przykład 2.1

Średnia z tabeli

Tabela przedstawia oceny ze sprawdzianu w klasie. Oblicz średnią ocen.

ocena	1	2	3	4	5	6
liczba uczniów	1	3	6	8	5	2

- 1 Liczba uczniów: $1 + 3 + 6 + 8 + 5 + 2 = 25$.
- 2 Suma ocen: $1 \cdot 1 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 6 + 4 \cdot 8 + 5 \cdot 5 + 6 \cdot 2 = 94$.

Wynik: $\frac{94}{25} = 3,76$.

Przykład 2.2

Dwie klasy

W klasie A jest 20 uczniów, ich średnia z egzaminu to 4,0. W klasie B jest 30 uczniów, ich średnia to 3,5. Oblicz średnią wszystkich 50 uczniów.

- 1 Sumy: $20 \cdot 4,0 = 80$ i $30 \cdot 3,5 = 105$.
- 2 $\frac{80+105}{50}$.

Wynik: 3,7, a nie 3,75. Większa klasa B ciągnie średnią w swoją stronę.

ZADANIA · CZĘŚĆ 2

3 zadania · ok. 5 min

- 1 Uczeń dostał 4 ze sprawdzianu (waga 3), 5 z kartkówki (waga 2) i 3 z odpowiedzi (waga 1).
■ ■ ■ Oblicz średnią ważoną.
- 2 Liczebności dwóch grup są w stosunku 2 : 3, a średnie wyników w tych grupach to 70 i 80 punktów. Oblicz średnią wszystkich uczestników.
■ ■ ■
- 3 Oblicz średnią ocen z tabeli: ocena 2, 3, 4, 5; liczba uczniów odpowiednio 4, 10, 8, 3.
■ ■ ■

3 Mediana i dominanta

📌 MEDIANA (W BROSZURZE CKE) I DOMINANTA

- Uporządkuj dane niemalejąco. Dla n nieparzystego mediana to wyraz środkowy $a_{\frac{n+1}{2}}$. Dla n parzystego to średnia dwóch środkowych: $\frac{1}{2} (a_{\frac{n}{2}} + a_{\frac{n}{2}+1})$.
- **Z tabeli licznosci:** dopisuj licznosci narastajaco (skumulowane) i sprawdź, w której kolumnie wypada pozycja $\frac{n}{2}$, a w której $\frac{n}{2} + 1$. Jeśli w różnych, mediana jest średnią tych dwóch wartości.
- **Dominanta:** wartość o największej licznosci. Może być kilka dominant; wtedy podaje się wszystkie.

Przykład 3.1

Sześć danych

Wyznacz medianę i dominantę danych 7, 3, 9, 3, 5, 8.

- 1 Uporządkowane: 3, 3, 5, 7, 8, 9; $n = 6$, środkowe to trzecia i czwarta: 5 i 7.
- 2 Mediana $\frac{5+7}{2} = 6$; dominanta 3 (występuje dwa razy).

Wynik: mediana 6, dominanta 3. Mediana nie musi być żadną z danych.

Przykład 3.2

Mediana z tabeli liczości

Tabela przedstawia wyniki 20 uczniów w teście za 0–5 punktów. Wyznacz medianę, dominantę i średnią. Ilu uczniów uzyskało wynik niższy od średniej?

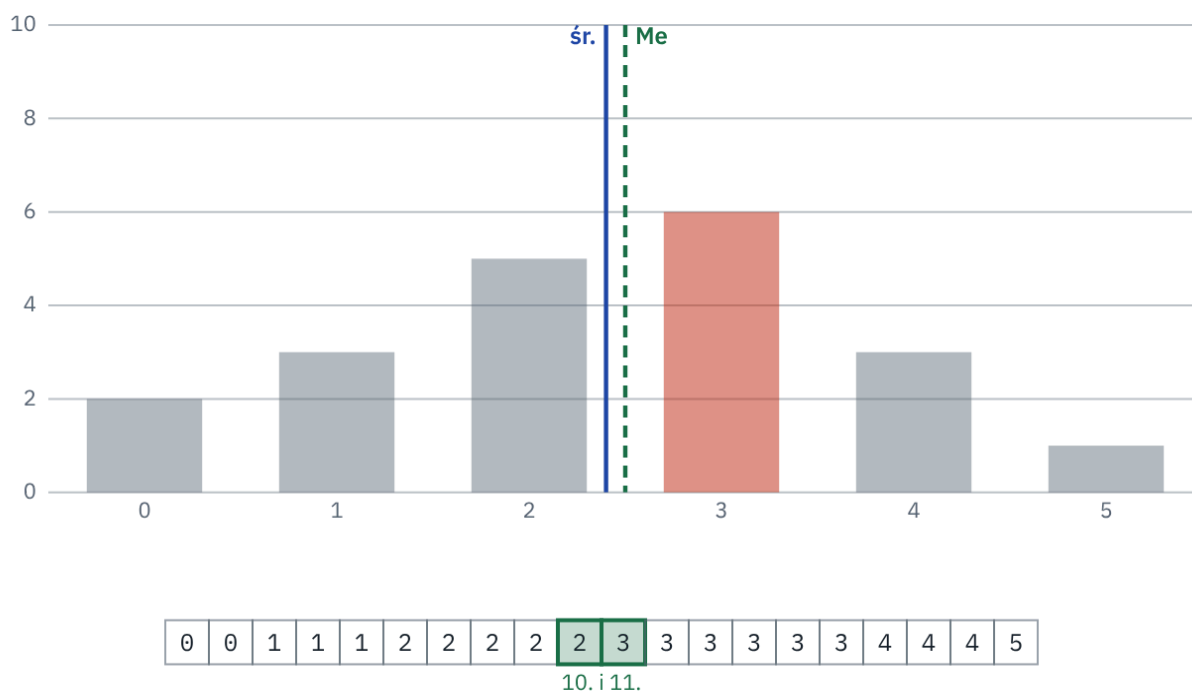
punkty	0	1	2	3	4	5
liczba uczniów	2	3	5	6	3	1
narastająco	2	5	10	16	19	20

- 1 $n = 20$: środkowe są pozycje 10 i 11. Pozycja 10 wypada w kolumnie „2” (narastająco 10), pozycja 11 już w kolumnie „3”. Mediana $\frac{2+3}{2} = 2,5$.
- 2 Dominanta: 3 (liczność 6).
- 3 Średnia: $\frac{0+3+10+18+12+5}{20} = \frac{48}{20} = 2,4$.
- 4 Poniżej 2,4 są wyniki 0, 1, 2: $2 + 3 + 5 = 10$ uczniów.

Wynik: mediana 2,5, dominanta 3, średnia 2,4; poniżej średniej 10 uczniów.

SYMULACJA 1

Ustaw liczbę uczniów z każdym wynikiem od 0 do 5 punktów. Wykres pokazuje licznosci, średnią, medianę i dominantę, a pasek pod wykresem wszystkie dane po uporządkowaniu, z zaznaczonymi pozycjami środkowymi. Zobacz, jak jeden uczeń przesunięty do skrajnej kolumny zmienia średnią, a medianę zwykle nie.



— średnia — mediana — dominanta

n 20

średnia 2,40

mediana 2,50

dominanta 3

$n = 20$ jest parzyste: mediana to średnia 10. i 11. danej, czyli $(2 + 3) : 2 = 2,50$. Średnia: suma 48 : 20.

Stan na rysunku: licznosci 2, 3, 5, 6, 3, 1 dla wyników 0–5; średnia 2,40, mediana 2,50, dominanta 3.

ZADANIA · CZĘŚĆ 3

3 zadania · ok. 5 min

1 Wyznacz medianę i dominantę danych 4, 1, 7, 7, 2, 9, 5.

2 Dane 3, 5, x , 8 są uporządkowane niemalejąco, a ich mediana jest równa 6. Oblicz x .

3 Wyniki 20 osób: 1 pkt — 5 osób, 2 pkt — 7 osób, 3 pkt — 4 osoby, 4 pkt — 4 osoby. Wyznacz medianę i średnią.

4 Dane z diagramu

Dane bywają podane diagramem słupkowym (wysokość słupka to liczność) albo kołowym (procenty całości). Przy diagramie kołowym najpierw zamień procenty na liczności, mnożąc przez liczbę wszystkich danych, a potem licz jak z tabeli.

Przykład 4.1

Diagram kołowy

Diagram kołowy przedstawia liczbę rodzeństwa 40 uczniów: 40% nie ma rodzeństwa, 35% ma jedno, 15% dwoje, 10% troje. Oblicz średnią, medianę i dominantę.

- 1 Liczności: 16, 14, 6, 4; narastająco 16, 30, 36, 40.
- 2 Średnia: $\frac{0+14+12+12}{40} = \frac{38}{40} = 0,95$.
- 3 Mediana: pozycje 20 i 21 obie w kolumnie „1”; mediana 1. Dominanta 0.

Wynik: średnia 0,95, mediana 1, dominanta 0. Trzy różne liczby z tych samych danych.

ZADANIA · CZĘŚĆ 4

1 zadanie · ok. 3 min

- 1 Diagram kołowy pokazuje, ile godzin dziennie 50 uczniów spędza przy komputerze: 20% dwie godziny, 30% trzy, 50% cztery. Oblicz średnią i medianę.

5 Trening rachunkowy

Próbka treningu rachunkowego. Pełny trening ma 24 przykładów i zadań, z odpowiedziami i w wersji do druku.

POZIOM A · ŚREDNIA ARYTMETYCZNA

ZESTAWY A

1 Oblicz.



a) średnia liczb 3, 5, 7, 9

b) średnia liczb $a + 3$, $b + 3$,
 $c + 3$, gdy średnia a , b , c to 5

... pozostałe przykłady na stronie treningu

▮▮▮ podstawowe ▮▮▮ średnie ▮▮▮ trudniejsze

POZIOM B · ŚREDNIA WAŻONA I GRUPY

ZESTAWY B

1 Oblicz.



a) ocena 5 z wagą 2 i ocena
3 z wagą 1

b) x , gdy oceny 4 (waga 1), 5
(waga 2), x (waga 1) mają
średnią ważoną 4,5

... pozostałe przykłady na stronie treningu

▮▮▮ podstawowe ▮▮▮ średnie ▮▮▮ trudniejsze

POZIOM C · MEDIANA I DOMINANTA

ZESTAWY C

1 Wyznacz.



a) mediana 8, 2, 6, 4, 10

b) x , gdy dane 1, 4, x , 7 są
uporządkowane, a mediana
to 5

... pozostałe przykłady na stronie treningu

▮▮▮ podstawowe ▮▮▮ średnie ▮▮▮ trudniejsze

POZIOM D · TABELA I DIAGRAM

ZESTAWY D

1 Oblicz.



a) wartości 0, 1, 2, 3 z
licznościami 3, 5, 8, 4:
średnia, mediana,
dominanta

... pozostałe przykłady na stronie treningu

▀▀▀ podstawowe ▀▀▀ średnie ▀▀▀ trudniejsze

Pełny trening (24 przykładów i zadań) →

6 Na maturze

W arkuszach podstawowych 2024–2026 statystyka to zadania zamknięte (średnia z brakującą daną, średnia dwóch grup) i zadania z luką za 1–3 punkty na podstawie tabeli albo diagramu: „średnia jest równa ...”, „mediana jest równa ...”, „liczba uczniów z wynikiem niższym od średniej to ...”. Za każde zdanie jest osobny punkt, a klucz nie przyjmuje wyników zaokrąglonych. Łatwość w maju 2025: 91% (średnia) i 70% (zadanie otwarte); w maju 2026: 68% i 74%. Poniższe zadania są nasze, w stylu arkusza.

ZADANIA W STYLU MATURALNYM

5 zadań · 8 pkt · ok. 15 min

1 (0–1 pkt) Średnia arytmetyczna liczb 4, 8, x , 12, 6 jest równa 8. Wtedy x jest równe



A. 6 B. 8 C. 10 D. 12

2 (0–1 pkt) W klasie jest 15 dziewcząt o średnim wzroście 165 cm i 10 chłopców o średnim wzroście 175 cm. Średni wzrost wszystkich uczniów tej klasy jest równy



A. 168 cm B. 169 cm C. 170 cm D. 171 cm

3 (0–1 pkt) Mediana danych 5, 2, 9, 4, 7, 1 jest równa



A. 4 B. 4,5 C. 5 D. 5,5

- 4 (0–3 pkt) Tabela przedstawia liczbę książek przeczytanych w wakacje przez 30 uczniów.



liczba książek	0	1	2	3	4	5
liczba uczniów	2	7	6	9	4	2

Uzupełnij zdania. 1. Średnia liczba przeczytanych książek jest równa 2. Mediana liczby przeczytanych książek jest równa 3. Więcej książek, niż wynosi średnia, przeczytało uczniów.

- 5 (0–2 pkt) Pięć liczb naturalnych ma średnią arytmetyczną 6, medianę 7 i jedną dominantę równą 8. Najmniejsza z tych liczb to 1. Wyznacz wszystkie te liczby.



□□□ podstawowe ■■■ średnie ■■■■ trudniejsze

7 Najczęstsze błędy

- × „Mediana to środkowa liczba z listy.”

Środkowa po *uporządkowaniu*. Przy parzystej liczbie danych to średnia dwóch środkowych.

- × „Mediana z tabeli to środkowa kolumna.”

Kolumny to wartości, nie dane. Liczy się pozycja w pełnej uporządkowanej liście: użyj licznosci narastających.

- × „Średnia z tabeli: suma licznosci przez liczbę kolumn.”

Licznik to suma (wartość × licznosc), mianownik to liczba wszystkich danych.

- × „Średnia dwóch klas: $\frac{4,0+3,5}{2}$.”

Tylko przy równych klasach. W ogólnosci średnia ważona liczebnościami.

8 Sprawdź się

Odpowiedz w myślach, zanim rozwiniesz odpowiedź.

- 1 Która z liczb, średnia czy mediana, bardziej zmieni się po zamianie danych 1, 2, 3 na 1, 2, 100?

Średnia (z 2 na 34,(3)); mediana zostaje 2.

- 2 10 osób ma średnią 3, a 30 osób średnią 5. Ile wynosi średnia wszystkich?

$$\frac{30+150}{40} = 4,5.$$

- 3 Ile dominant mają dane 1, 1, 2, 2, 3?

Dwie: 1 i 2.

- 4 Dla $n = 30$ danych które pozycje decydują o medianie?

15. i 16. po uporządkowaniu.

ŚREDNIEsuma = $n \cdot \bar{a}$ ważona: $\frac{\sum w_i a_i}{\sum w_i}$

dwie grupy: ważona liczebnościami

MEDIANA I DOMINANTAuporządkuj; n parzyste: średnia dwóch środkowych

tabela: licznosci narastajaco

dominant może być kilka

W broszurze CKE „Wybrane wzory matematyczne” (dział 15) są średnia arytmetyczna, ważona, geometryczna i kwadratowa, mediana oraz wariancja i odchylenie standardowe. Dominanty i licznosci narastajacych w broszurze nie ma. Odchylenia standardowego nie ma w zadaniach informatora dla poziomu podstawowego z 2024 roku, dlatego ta lekcja go pomija.

Dalej: arkusz próbny (lekcja 14.1 Arkusz próbny: poziom podstawowy) albo, na poziomie rozszerzonym, prawdopodobieństwo warunkowe (lekcja 12.3 Prawdopodobieństwo warunkowe, całkowite i wzór Bayesa).



Odpowiedzi

Zadania · część 1

1. Suma $5 \cdot 4,2 = 21$, $x = 21 - 17 = 4$.

2. $\frac{80-17}{9} = \frac{63}{9} = 7$.

3. $\frac{2(a+b+c)+3}{3} = \frac{2 \cdot 15+3}{3} = 11$. Ogólnie: przekształcenie liniowe danych przekształca tak samo średnią, $2 \cdot 5 + 1$.

Zadania · część 2

1. $\frac{12+10+3}{6} = \frac{25}{6} \approx 4,17$.

2. Grupy $2k$ i $3k$: $\frac{2k \cdot 70 + 3k \cdot 80}{5k} = \frac{380}{5} = 76$.

3. $\frac{8+30+32+15}{25} = \frac{85}{25} = 3,4$.

Zadania · część 3

1. 1, 2, 4, 5, 7, 7, 9: mediana 5, dominanta 7.

2. $\frac{5+x}{2} = 6$, $x = 7$ (spełnia $5 \leq 7 \leq 8$).

3. Narastająco 5, 12, 16, 20: pozycje 10 i 11 obie w kolumnie „2”, mediana 2. Średnia $\frac{5+14+12+16}{20} = \frac{47}{20} = 2,35$.

Zadania · część 4

1. Liczności 10, 15, 25. Średnia $\frac{20+45+100}{50} = 3,3$. Pozycje 25 i 26: narastająco 10, 25, 50, więc 25. dana to 3, a 26. to 4; mediana 3,5.

Zestawy A

1. a) 6 b) 8

Zestawy B

1. a) $\frac{13}{3} \approx 4,33$ b) 4

Zestawy C

1. a) 6 b) 6

Zestawy D

1. a) 1,65; 2; 2

Zadania w stylu maturalnym

1. C. Suma 40, $x = 40 - 30$.

2. B. $\frac{15 \cdot 165 + 10 \cdot 175}{25} = \frac{4225}{25}$.

3. B. 1, 2, 4, 5, 7, 9: $\frac{4+5}{2}$. Odpowiedź C to „środek” nieuporządkowanej listy.

4. 1. **Średnia.** $\frac{0+7+12+27+16+10}{30} = \frac{72}{30} = 2,4$.

2. **Mediana.** narastająco 2, 9, 15, 24, 28, 30: pozycja 15 to 2, pozycja 16 to 3; mediana 2,5.

3. **Powyżej średniej.** wyniki 3, 4, 5: $9 + 4 + 2 = 15$.

1 pkt za każde poprawnie uzupełnione zdanie: 2,4; 2,5; 15.

5. 1. **Struktura.** uporządkowane: $1 \leq b \leq 7 \leq d \leq e$, suma $5 \cdot 6 = 30$.

2. **Dominanta.** 8 musi wystąpić co najmniej dwa razy, a może stać tylko na miejscach czwartym i piątym:
 $d = e = 8$.

3. **Wynik.** $b = 30 - 1 - 7 - 16 = 6$. Liczby: 1, 6, 7, 8, 8.

1 pkt za sumę 30 i $d = e = 8$. **2 pkt** za wszystkie liczby.

Matura z matematyki · Lekcja 12.2: Statystyka: średnie, mediana, dominanta · Na podstawie: Informator o egzaminie maturalnym z matematyki, poziom podstawowy, od roku szkolnego 2024/2025 (CKE); arkusze CKE z lat 2024–2026 i ich zasady oceniania; sprawozdania CKE z sesji 2025 i 2026; broszura „Wybrane wzory matematyczne”. Zadania są autorskie. Wszystkie liczby sprawdzone (tools/verify/mt12_2.py).