

Trening: permutacje, kombinacje, symbol Newtona

Zestawy krótkich przykładów do lekcji 11.2 Permutacje, wariacje, kombinacje i symbol Newtona: ustawienia i wariacje, kombinacje, schematy z przypadkami i siatką ulic, równania, granice i współczynniki z symbolem Newtona. Na końcu zadania w stylu arkusza rozszerzonego.

POZIOM A · PERMUTACJE I WARIACJE

ZESTAWY A

1 zestaw

1

Na ile sposobów?



a) ustawić 7 osób w rzędzie

b) rozdać złoto, srebro i brąz 8 zawodnikom

c) wypełnić kupon 5 pytań, każde z odpowiedziami A, B, C

d) przestawić litery słowa LALKA

e) przestawić litery słowa SEZON

f) ustawić 7 osób w rzędzie tak, by Adam i Basia nie stali obok siebie

podstawowe średnie trudniejsze

POZIOM B · KOMBINACJE

ZESTAWY B

1 zestaw

1 Oblicz.



a) $\binom{8}{3}$

b) $\binom{10}{8}$

c) $\binom{12}{11}$

d) liczba par, które można utworzyć z 15 osób

e) liczba trójkątów o wierzchołkach w 8 punktach, z których żadne trzy nie są współliniowe

f) liczba trójkątów o wierzchołkach w 9 punktach: 4 na prostej k , 5 na prostej $l \parallel k$

▣▣ podstawowe ▣▣▣ średnie ▣▣▣▣ trudniejsze

POZIOM C · SCHEMATY

ZESTAWY C

1 zestaw

1 Ile jest możliwości?



a) 5 kart z talii 52, wśród nich dokładnie 2 asy

b) najkrótsze drogi w siatce 3×3

c) najkrótsze drogi w siatce 4×4 przez jej środek

d) ciągi zero-jedynkowe długości 7 z dokładnie trzema jedynkami

e) liczby trzycyfrowe o iloczynie cyfr 4

▣▣ podstawowe ▣▣▣ średnie ▣▣▣▣ trudniejsze

POZIOM D · SYMBOL NEWTONA W RÓWNANIACH I GRANICACH

ZESTAWY D

1 zestaw

1 Oblicz lub wyznacz n .



a) $\binom{9}{7}$

b) $\binom{n}{2} = 66$

c) $\binom{n}{1} + \binom{n}{2} = 15$

d) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\binom{n}{2}}{n^2}$

e) współczynnik przy x^4 w $(x+1)^6$

▣▣ podstawowe ▣▣▣ średnie ▣▣▣▣ trudniejsze

ZADANIA MATURALNE

Formy zadań jak w arkuszu rozszerzonym CKE: zadania otwarte z punktowanymi etapami.

1 (0–3 pkt) Oblicz, ile jest liczb sześciocyfrowych, których suma cyfr jest równa 3.



2 (0–2 pkt) Wyznacz liczbę naturalną $n \geq 2$, dla której $\binom{n}{2} + \binom{n}{1} = 21$.



3 (0–2 pkt) Z 10 osób wybieramy trzyosobową delegację i spośród jej członków jej przewodniczącego. Oblicz, na ile sposobów można to zrobić, i sprawdź wynik drugim sposobem.



 podstawowe  średnie  trudniejsze



Odpowiedzi

Zestawy A

1. a) 5040 b) 336 c) $3^5 = 243$ d) $\frac{5!}{2!2!} = 30$ e) 120 f) $7! - 2 \cdot 6! = 3600$

Zestawy B

1. a) 56 b) 45 c) 12 d) 105 e) 56 f) $\binom{4}{2} \cdot 5 + \binom{5}{2} \cdot 4 = 70$

Zestawy C

1. a) $\binom{4}{2} \binom{48}{3} = 103\,776$ b) 20 c) $\binom{4}{2}^2 = 36$ d) 35 e) $3 + 3 = 6$

Zestawy D

1. a) 36 b) $n = 12$ c) $n = 5$ d) $\frac{1}{2}$ e) $\binom{6}{4} = 15$

Zadania w stylu arkusza

1. **Zbiory cyfr.** niezerowe cyfry to $\{3\}$, $\{2, 1\}$ albo $\{1, 1, 1\}$; reszta to zera, a pierwsza cyfra jest niezerowa.
2. $\{3\}$. trójka na początku: 1.
3. $\{2, 1\}$. na początku 2 albo 1, druga cyfra na jednej z 5 pozycji: $2 \cdot 5 = 10$.
4. $\{1, 1, 1\}$. jedynka na początku, dwie pozostałe na $\binom{5}{2} = 10$ sposobów.
5. **Suma.** $1 + 10 + 10 = 21$.

1 pkt za rozpatrzenie trzech zbiorów niezerowych cyfr. **2 pkt** za poprawne zliczenie dwóch z nich. **3 pkt** za wynik 21.

1. **Równanie.** $\frac{n(n-1)}{2} + n = 21$, $n^2 + n - 42 = 0$.
2. **Wynik.** $n = 6$ ($n = -7$ odpada).

1 pkt za równanie kwadratowe. **2 pkt** za $n = 6$ z odrzuceniem -7 .

1. **Sposób 1.** delegacja $\binom{10}{3} = 120$, przewodniczący 3: 360.
2. **Sposób 2.** przewodniczący 10, dwaj pozostali członkowie $\binom{9}{2} = 36$: 360.

1 pkt za jeden poprawny iloczyn. **2 pkt** za wynik 360 potwierdzony drugim sposobem.

Matura z matematyki · Trening do lekcji 11.2 · Zadania autorskie, formy i punktacja wzorowane na informatorze i zasadach oceniania CKE dla poziomu rozszerzonego. Wszystkie odpowiedzi sprawdzone (tools/verify/mt11_2.py).