

Trening: przekroje i odległości w przestrzeni

Zestawy krótkich przykładów do lekcji 10.3 Przekroje brył i twierdzenie o trzech prostopadłych: pola przekrojów, kąty przekrojów z podstawą, twierdzenie o trzech prostopadłych i odległość punktu od płaszczyzny. Na końcu zadania w stylu arkusza rozszerzonego.

POZIOM A · POLA PRZEKROJÓW

ZESTAWY A

1 zestaw

1 Oblicz pole przekroju.



a) sześcian $a = 3$,
płaszczyzna $ACGE$

b) sześcian $a = 3$,
płaszczyzna BDE

c) ostrosłup prawidłowy
czworokątny $a = 10$,
płaszczyzna równoległa do
podstawy w połowie
wysokości

d) stożek $r = 4$, $H = 3$,
przekrój osiowy

▮▮▮ podstawowe ▮▮▮ średnie ▮▮▮ trudniejsze

POZIOM B · KĄTY

ZESTAWY B

1 zestaw

1 Oblicz.



- a) sześcian: tangens kąta między płaszczyzną BDE a podstawą b) ostrosłup prawidłowy czworokątny $a = 6$, $H = 3\sqrt{2}$: kąt SAC

■ ■ ■ podstawowe ■ ■ ■ średnie ■ ■ ■ trudniejsze

POZIOM C · PROSTOPADŁOŚĆ I ODLEGŁOŚĆ

ZESTAWY C

1 zestaw

1 Odpowiedz.



- a) $SA \perp$ podstawy ABC , $AB \perp BC$: który kąt ściany SBC jest prosty? b) czworościan $OABC$, krawędzie OA, OB, OC wzajemnie prostopadłe i równe 1: odległość O od płaszczyzny ABC c) sześcian $a = 2$: odległość A od płaszczyzny BDE

■ ■ ■ podstawowe ■ ■ ■ średnie ■ ■ ■ trudniejsze

ZADANIA MATURALNE

Formy zadań jak w arkuszu rozszerzonym CKE: zadania otwarte z punktowanymi etapami.

ZADANIA W STYLU ARKUSZA

2 zadania · 7 pkt

- 1 (0–3 pkt) Ostrosłup prawidłowy czworokątny ma krawędź podstawy 4 i wysokość 6. Płaszczyzna równoległa do podstawy przecina ostrosłup w odległości 2 od podstawy. Oblicz pole przekroju.

- 2 (0–4 pkt) W czworościanie $OABC$ krawędzie OA, OB, OC są parami prostopadłe, $|OA| = 3$, $|OB| = 4$, $|OC| = 12$. Oblicz odległość punktu O od płaszczyzny ABC .

■ ■ ■ podstawowe ■ ■ ■ średnie ■ ■ ■ trudniejsze



Odpowiedzi

Zestawy A

1. a) $9\sqrt{2}$ b) $\frac{9\sqrt{3}}{2}$ c) 25 d) 12

Zestawy B

1. a) $\sqrt{2}$ b) 45°

Zestawy C

1. a) $\angle SBC$ b) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ c) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

Zadania w stylu arkusza

1. 1. **Skala.** odległość przekroju od wierzchołka: $6 - 2 = 4$, $k = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.
2. **Bok.** $4 \cdot \frac{2}{3} = \frac{8}{3}$.
3. **Pole.** $\frac{64}{9}$.
1 pkt za $k = \frac{2}{3}$ (od wierzchołka, nie od podstawy). 2 pkt za bok. 3 pkt za pole.
2. 1. **Objętość.** $V = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 \cdot 12 = 24$.
2. **Boki ABC .** $|AB| = 5$, $|AC| = \sqrt{153}$, $|BC| = \sqrt{160}$; wysokość trójkąta OAB na AB : $\frac{12}{5}$, wysokość ABC na AB z twierdzenia o trzech prostopadłych: $\sqrt{144 + \frac{144}{25}} = \frac{12\sqrt{26}}{5}$.
3. **Pole.** $P_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot \frac{12\sqrt{26}}{5} = 6\sqrt{26}$.
4. **Odległość.** $d = \frac{3 \cdot 24}{6\sqrt{26}} = \frac{12}{\sqrt{26}} = \frac{6\sqrt{26}}{13}$.
1 pkt za objętość. 2 pkt za wysokość trójkąta ABC albo inną poprawną drogę do pola. 3 pkt za pole $6\sqrt{26}$. 4 pkt za d .

Matura z matematyki · Trening do lekcji 10.3 · Zadania autorskie, formy i punktacja wzorowane na informatorze i zasadach oceniania CKE dla poziomu rozszerzonego. Wszystkie odpowiedzi sprawdzone (tools/verify/mt10_3.py).