

Trening: logarytmy

Zestawy krótkich przykładów do lekcji 1.3 Logarytmy: logarytmy z definicji, wyznaczanie liczby lub podstawy, wzory na logarytm iloczynu, ilorazu i potęgi, a na poziomie rozszerzonym zamiana podstawy. Na końcu zadania w stylu arkusza.

POZIOM A · DEFINICJA

ZESTAWY A

2 zestawy

1 Oblicz.



a) $\log_2 64$

b) $\log_3 \frac{1}{27}$

c) $\log 0,01$

d) $\log_{\frac{1}{2}} 8$

e) $\log_{25} 5$

f) $\log_4 32$

2 Wyznacz x .

a) $\log_2 x = 5$

b) $\log_x 49 = 2$

c) $\log_3 x = -2$

d) $\log_x 8 = \frac{3}{2}$

e) $\log_5(x - 1) = 2$

□□□ podstawowe ■□□ średnie ■■■ trudniejsze

POZIOM B · WZORY

ZESTAWY B

2 zestawy

1 Oblicz.



a) $\log_6 3 + \log_6 12$

b) $\log_2 40 - \log_2 5$

c) $2 \log_3 6 - \log_3 4$

d) $\log 5 + \log 20$

e) $\frac{1}{2} \log_2 16 + \log_2 \frac{1}{2}$

f) $\log_5 75 - \log_5 3$

2 Zapisz jako jeden logarytm (wszystkie litery oznaczają liczby dodatnie).



a) $\log_3 x + \log_3 y$

b) $2 \log a - \log b$

c) $\log_2 x + 3$

d) $\frac{1}{2} \log_5 x$

e) $\log_7 2 + \log_7 x - \log_7 3$

podstawowe średnie trudniejsze

POZIOM C · ZAMIANA PODSTAWY (ROZSZERZENIE)

ZESTAWY C

1 zestaw

1 Oblicz.



a) $\log_2 3 \cdot \log_3 16$

b) $\log_4 9 \cdot \log_3 2$

c) $\log_{\sqrt{2}} 8$

d) $9^{\log_3 5}$

e) $\frac{1}{\log_4 10} + \frac{1}{\log_{25} 10}$

podstawowe średnie trudniejsze

ZADANIA MATURALNE

Formy zadań jak w arkuszu CKE. W zadaniach zamkniętych: dokończ zdanie, wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych. W zadaniach „prawda/fałsz” punkt jest tylko za obie oceny poprawne. Zadania oznaczone „poziom rozszerzony” wymagają zamiany podstawy.

ZADANIA W STYLU ARKUSZA

9 zadań · 13 pkt

1 (0–1 pkt) Liczba $\log_5 2 - \log_5 50$ jest równa



A. -2

B. 2

C. -48

D. $\log_5 48$

2 (0–1 pkt) Liczba $\log_2 6 + \log_2 12 - \log_2 9$ jest równa



A. 3

B. $\log_2 9$

C. 8

D. 2

3 (0–1 pkt) Liczba $\log_9 \sqrt[4]{3}$ jest równa



A. $\frac{1}{8}$

B. $\frac{1}{2}$

C. 2

D. $\frac{1}{4}$

4

(0-1 pkt) Dla dodatnich liczb x i y wyrażenie $\log x - 3 \log y + \log 2$ jest równe

A. $\log \frac{2x}{y^3}$

B. $\log \frac{2x}{3y}$

C. $\log(2x - y^3)$

D. $3 \log \frac{2x}{y}$

5

(0-1 pkt) Oceń prawdziwość stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F, jeśli jest fałszywe.

1. $\log_4 2 = \frac{1}{2}$. P / F

2. $\log_3 9 + \log_3 9 = \log_3 18$. P / F

6

(0-1 pkt) Wiadomo, że $\log_2 x = 3$ i $\log_2 y = 5$. Uzupełnij zdanie. Liczba $\log_2(x^2 y)$ jest równa

7

(0-2 pkt) Oblicz $\log_2(\log_3 81) + \log 0,001$. Zapisz obliczenia.

8

(0-2 pkt, poziom rozszerzony) Oblicz $25^{\log_5 3} + \log_2 3 \cdot \log_3 32$. Zapisz obliczenia.

9

(0-3 pkt, poziom rozszerzony) Wykaż, że $\log_2 3 \cdot \log_3 4 \cdot \log_4 5 \cdot \log_5 6 \cdot \log_6 7 \cdot \log_7 8 = 3$.

podstawowe średnie trudniejsze



Odpowiedzi

Zestawy A

1. a) 6 b) -3 c) -2 d) -3 e) $\frac{1}{2}$ f) $\frac{5}{2}$

2. a) $x = 32$ b) $x = 7$ c) $x = \frac{1}{9}$ d) $x = 4$ e) $x = 26$

Zestawy B

1. a) 2 b) 3 c) 2 d) 2 e) 1 f) 2

2. a) $\log_3(xy)$ b) $\log \frac{a^2}{b}$ c) $\log_2(8x)$ d) $\log_5 \sqrt{x}$ e) $\log_7 \frac{2x}{3}$

Zestawy C

1. a) 4 b) 1 c) 6 d) 25 e) 2

Zadania w stylu arkusza

1. A.

1. $\log_5 \frac{2}{50} = \log_5 \frac{1}{25}$

2. $= -2$.

2. A.

1. $\log_2 \frac{6 \cdot 12}{9} = \log_2 8$

2. $= 3$.

3. A.

1. $\sqrt[4]{3} = 3^{\frac{1}{4}} = 9^{\frac{1}{8}}$

2. $\log_9 9^{\frac{1}{8}} = \frac{1}{8}$.

4. A.

1. $\log x + \log 2 - \log y^3$

2. $= \log \frac{2x}{y^3}$.

5. PF.

1. $4^{\frac{1}{2}} = 2$.

2. $\log_3 9 + \log_3 9 = \log_3 81 = 4$, a $\log_3 18 \neq 4$.

6. 11

1. $\log_2(x^2y) = 2\log_2 x + \log_2 y$

2. $= 6 + 5 = 11$.

7. 1. **Logarytm wewnętrzny.** $\log_3 81 = 4$, więc $\log_2 4 = 2$.

2. **Drugi składnik.** $\log 0,001 = \log 10^{-3} = -3$.

3. **Wynik.** $2 + (-3) = -1$.

1 pkt za $\log_2(\log_3 81) = 2$ ALBO za $\log 0,001 = -3$. **2 pkt** za wynik -1 .

8. 1. **Potęga.** $25^{\log_5 3} = (5^{\log_5 3})^2 = 9$.

2. **Iloczyn.** $\log_2 3 \cdot \log_3 32 = \log_2 32 = 5$.

3. **Wynik.** $9 + 5 = 14$.

1 pkt za obliczenie jednego ze składników. **2 pkt** za wynik 14.

9. 1. **Zamiana podstawy.** Każdy czynnik zapisz jako iloraz logarytmów dziesiętnych: $\log_k(k+1) = \frac{\log(k+1)}{\log k}$.

2. **Skracanie.**

$$\frac{\log 3}{\log 2} \cdot \frac{\log 4}{\log 3} \cdots \frac{\log 8}{\log 7} = \frac{\log 8}{\log 2}.$$

3. **Teza.** $\frac{\log 8}{\log 2} = \log_2 8 = 3$.

1 pkt za zapisanie co najmniej dwóch czynników przez wspólną podstawę. **2 pkt** za doprowadzenie iloczynu do $\frac{\log 8}{\log 2}$ (albo $\log_2 8$). **3 pkt** za pełne rozumowanie.

Matura z matematyki · Trening do lekcji 1.3 · Zadania autorskie, formy i punktacja wzorowane na arkuszach i zasadach oceniania CKE z lat 2025–2026.
Wszystkie odpowiedzi sprawdzone (tools/verify/mt1_3.py).