

Augmentacja stateczności: tłumik odchylenia i pochylenia

Gdy mody samolotu są za słabo tłumione, dokłada się tłumienie elektronicznie: żyroskop mierzy prędkość kątową, a mały serwomechanizm wychyla ster proporcjonalnie do niej. To najprostsza pętla sprzężenia zwrotnego w samolocie i ma jedną pułapkę: w zakręcie prędkość odchylenia jest potrzebna, a tłumik próbuje ją zgasić. Ta lekcja buduje tłumik odchylenia z filtrem washout, tłumik pochylenia, programuje wzmocnienie w funkcji prędkości i kończy na samolocie niestatecznym statycznie, który lata tylko dzięki regulatorowi.

CZAS

ok. 2 h teorii + ok.
2,5 h zadań

ZADANIA

14 zadań w treści
+ 5 do
przemyślenia, z
odpowiedziami

ŹRÓDŁA

E. H. J. Pallett, S.
Coyle, *Automatic
Flight Control*,
rozdz. 2 (s. 79), 3
(s. 122–124), 7 (s.
222–224), 11; A.
Tewari, rozdz. 3.6
i 3.9

W TEJ LEKCJI

- 0 Prolog: osobny podsystem
- 1 Tłumik odchylenia
- 2 Filtr washout: tłumik, który nie walczy z zakrętem
- 3 Wzmocnienie zależne od prędkości
- 4 Tłumik pochylenia
- 5 Fly-by-wire i niestateczność statyczna
- 6 Metoda i przykłady rozwiązane
- 7 Błędne intuicje
- 8 Zadania do przemyślenia
- 9 Sprawdź się
- 10 Karta wzorów i co dalej

Prolog: osobny podsystem

Pallett opisuje tłumik odchylenia (ang. *yaw damper*) jako osobny podsystem, niezależny od autopilota: pilot może go włączyć, nawet gdy pilotuje ręcznie, bo holendrowanie niektórych samolotów jest za słabo tłumione, żeby człowiek mógł nad nim panować. W samolotach z dwiema częściami steru kierunku, jak Boeing 747, każda ma własny tłumik. Typowy tłumik jest „szeregowy”: dodaje swoje wychylenie do wychylenia pilota, nie ruszając pedałów, więc pilot go nie czuje. Pallett odnotowuje też zamieszanie z nazwą: niektóre samoloty mają „tłumiki odchylenia”, które są zwykłymi amortyzatorami pedałów.

Taki podział, osobno augmentacja stateczności (SAS, ang. *stability augmentation system*), osobno autopilot, jest też u Tewariego: SAS to wewnętrzna pętla, która poprawia mody, a autopilot to zewnętrzna pętla, która wydaje polecenia. Tę lekcję poświęcamy pętli wewnętrznej, następną zewnętrznej.

Pytanie na start. Tłumik odchylenia wychyla ster kierunku proporcjonalnie do prędkości odchylenia r , żeby gasić holendrowanie. Co zrobi w ustalonym zakręcie, w którym r jest stałe i niezerowe? Odpowiedź w części 2.

Tłumik odchylenia

W lekcji 7 Ruch boczny: przechylenie, spirala i holendrowanie holendrowanie samolotu lekkiego miało $\zeta = 0,19$: znośnie, ale wyraźnie kołysze. Dodajemy sprzężenie od prędkości odchylenia do steru kierunku:

🔊 TŁUMIK ODCHYLENIA

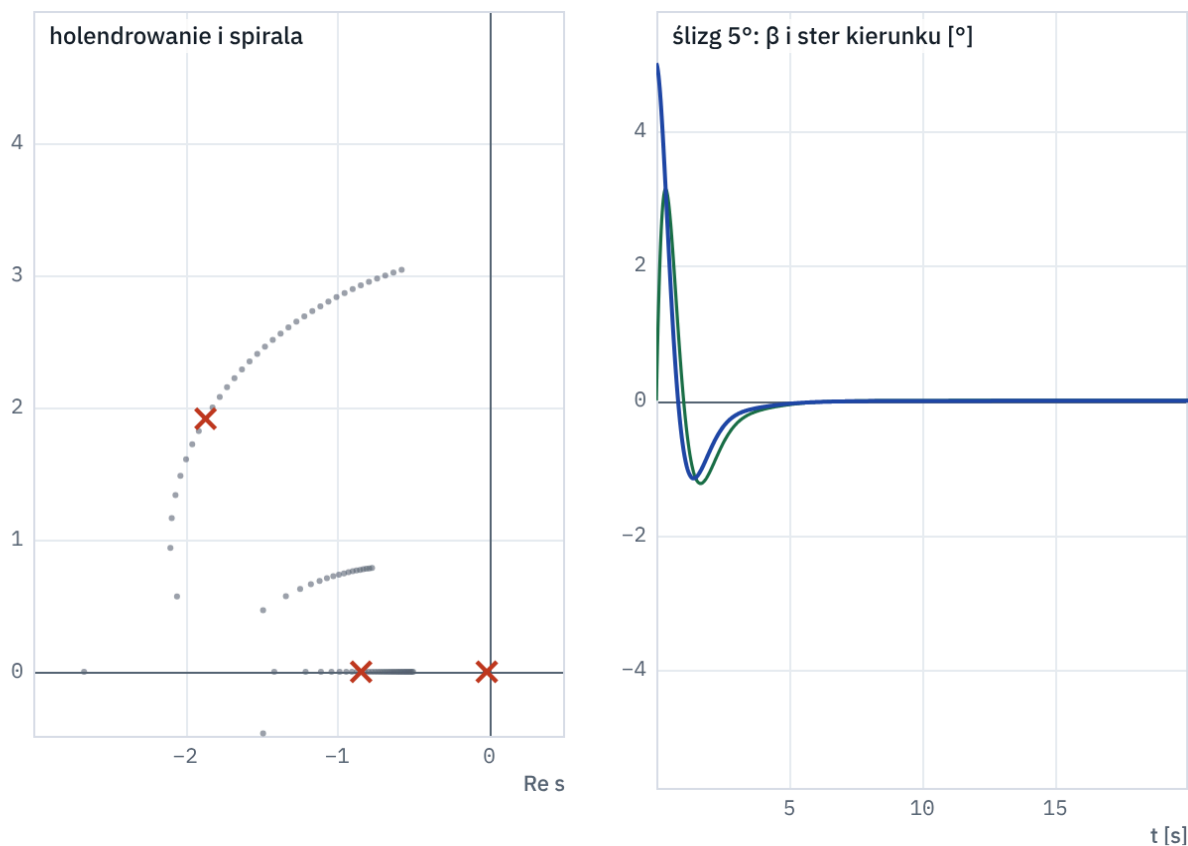
$$\delta_r = K r \quad \implies \quad N_r \rightarrow N_r + N_{\delta_r} K, \quad Y_r, L_r \text{ podobnie (mniejsze zmiany).}$$

Przy $N_{\delta_r} < 0$ (ster wychylony w lewo obraca nos w lewo) dodatnie K zwiększa tłumienie odchylenia. W macierzy zamkniętej pętli zmienia się tylko trzecia kolumna: $A_{cl} = A + \mathbf{b}_r [0 \ 0 \ K \ 0]$.

W naszym modelu $N_{\delta_r} = -5,69/\text{s}^2$ na radian. Przy $K = 0,5$ (pół radiana steru na radian na sekundę, czyli $0,5^\circ$ steru na każdy $1^\circ/\text{s}$) efektywne N_r rośnie z $-1,04$ do $-3,89/\text{s}$, a holendrowanie dostaje $\zeta = 0,65$ przy prawie niezmiennionej częstotliwości ($3,03 \text{ rad/s}$). To tak, jakby statecznik pionowy miał prawie dwa razy dłuższe ramię ($C_{n_r} \propto l_V^2$), ale tylko dla tłumienia, bez zmiany stateczności kierunkowej. Linie pierwiastkowe (lekcja 2.2 Bieguny i zera pętli zamkniętej, linie pierwiastkowe) pokazują, jak bieguny holendrowania przesuwają się w lewo przy rosnącym K .

SYMULACJA 1

Tłumik odchylenia na samolocie z lekcji 7. Lewy panel: bieguny holendrowania i spirali przy wybranym K (krzyżyki) i ścieżka przy K od 0 do 1 (kropki). Prawy panel: odpowiedź na podmuch dający ślizg 5° i wychylenie steru kierunku. Przełącz filtr washout i programowanie wzmocnienia, zmieniaj prędkość lotu.



— bieguny przy wybranym K - - ścieżka przy K od 0 do 1 — β $[\circ]$ — δ_r $[\circ]$

wzmocnienie użyte 0,500

holendrowanie $\omega = 2,67 \text{ rad/s}$, $\zeta = 0,698$

spirala $-0,0153 \text{ 1/s}$

ζ bez tłumika przy tej prędkości 0,186

Washout przepuszcza zmiany prędkości odchylenia o częstotliwości holendrowania, a blokuje wolne i stałe. Tłumienie holendrowania rośnie z K prawie tak samo jak bez filtru, a spirala zostaje prawie nietknięta.

Stan na rysunku: $K = 0,500$, washout $\tau = 2,0 \text{ s}$, $V = 55 \text{ m/s}$, samolot z lekcji 7 ($S_V = 1,7 \text{ m}^2$, $\Gamma = 5^\circ$); pobudzenie: ślizg 5° .

ZADANIA · CZĘŚĆ 1

3 zadania · ok. 20 min

- 1 Przy jakim K efektywne N_r jest trzy razy większe co do modułu niż bez tłumika ($N_r = -1,04/\text{s}$, $N_{\delta_r} = -5,69/\text{s}^2$)?

- 2 Oszacuj z modelu dwustanowego holendrowania (lekcja 7), jakie K daje $\zeta = 0,5$: $2\zeta\omega \approx -(Y_\beta/U + N_r + N_{\delta r}K)$, $\omega \approx 2,8$ rad/s, $Y_\beta/U = -0,159$.

- 3 Dlaczego tłumik odchylenia bez filtru stabilizuje też spiralę (w symulacji $-0,019 \rightarrow -0,15$ /s przy $K = 0,5$)? Skorzystaj z warunku $L_\beta N_r - L_r N_\beta > 0$.

▣▣▣ podstawowe ▣▣▣ średnie ▣▣▣ feynmanowskie

2 Filtr washout: tłumik, który nie walczy z zakrętem

W ustalonym zakręcie skoordynowanym prędkość odchyłania wynosi $r = (g \tan \varphi / U) \cos \varphi$ (lekcja 7 Ruch boczny: przechylenie, spirala i holendrowanie), przy 30° i 55 m/s ok. $5^\circ/\text{s}$. Tłumik bez filtru widzi ją jako zakłócenie i wychyla ster kierunku przeciwnie do zakrętu. Odpowiedź na pytanie z prologu: samolot leci z ciągłym ślizgiem, a pilot (albo autopilot) musi tę walkę przeważyć. W symulacji 2: po 40 s zakrętu tłumik z $K = 0,5$ trzyma ster kierunku na $2,4^\circ$ przeciw zakrętowi, ślizg wynosi $2,9^\circ$, a przechylenie nie dochodzi do zadanego.

Rozwiązanie: tłumik ma reagować na *zmiany* prędkości odchyłania o częstotliwości holendrowania, a nie na jej wartość stałą. Wystarczy filtr górnoprzepustowy pierwszego rzędu, nazywany w automatyce lotniczej **washout** („wymywanie”):

✎ TŁUMIK ODCHYLENIA Z FILTREM WASHOUT

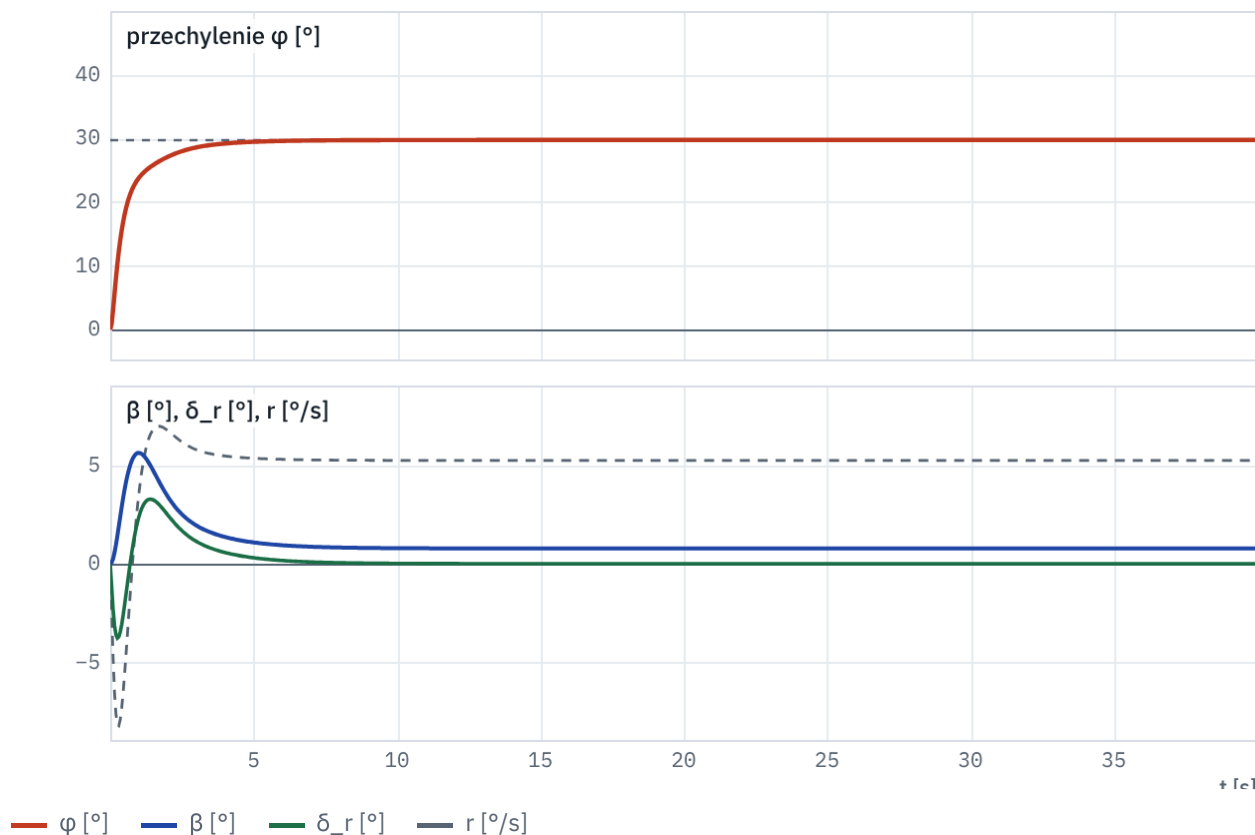
$$\delta_r = K \frac{\tau s}{\tau s + 1} r \quad \text{czyli} \quad \dot{x}_w = \frac{r - x_w}{\tau}, \quad \delta_r = K(r - x_w).$$

Przy stałym r filtr daje zero; przy $\omega \gg 1/\tau$ przepuszcza sygnał prawie bez zmian. Typowo $\tau = 1\text{--}4$ s.

Dobór τ to kompromis. Przy częstotliwości holendrowania 3 rad/s filtr z $\tau = 2$ s przepuszcza 99% amplitudy z przesunięciem fazy 9° , więc tłumienie się nie pogarsza ($\zeta = 0,70$ przy $K = 0,5$), choć filtr dokłada do pętli własny biegun i częstota holendrowania spada z $3,03$ do $2,67$ rad/s. Za krótkie τ ($0,5$ s) „wymywa” już samo holendrowanie (83% amplitudy, 34° fazy): tłumienie spada do $0,39$. Za długie τ zbliża nas do tłumika bez filtru: wejście w zakręt trwa dłużej, bo filtr długo „pamięta” początkowe r . Pallett opisuje to samo w urządzeniach: sygnał żyroskopu prędkościowego przechodzi przez filtr, który przepuszcza tylko krótkotrwałe zmiany, a do koordynacji zakrętu używa się osobnego sygnału o stałej prędkości odchyłania.

SYMULACJA 2

Wejście w zakręt prostym regulatorem przechylenia (lotki) i trzy wersje tłumika odchylenia. Górny wykres: przechylenie (linia przerywana: zadane). Dolny: ślizg, wychylenie steru kierunku i prędkość odchylenia. Porównaj ster i ślizg po 40 s.



po 40 s: ślizg β 0,77°

po 40 s: ster kierunku 0,00°

po 40 s: r 5,23 °/s

r potrzebne do zakrętu bez ślizgu ($\cdot \cos \varphi$) 5,11 °/s

największy ślizg 5,62°

Z washout tłumik działa tylko w czasie wejścia w zakręt (gasi holendrowanie, zmniejsza największy ślizg), a w ustalonym zakręcie ster wraca do zera.

Stan na rysunku: lotki z prostego regulatora przechylenia $\delta_a = 1,0 \cdot (\varphi_{\text{zad}} - \varphi) - 0,2 \cdot p$ (ograniczenie $\pm 20^\circ$), $\varphi_{\text{zad}} = 30^\circ$; tłumik: $K = 0,50$, washout $\tau = 2$ s; samolot z lekcji 7 przy 55 m/s.

ZADANIA · CZĘŚĆ 2

3 zadania · ok. 25 min

- 1 Policz wzmocnienie i przesunięcie fazy filtru $\frac{\tau s}{\tau s + 1}$ przy $\omega = 3$ rad/s dla $\tau = 0,5$ s i $\tau = 2$ s.
- 2 Tłumik bez filtru, $K = 0,5$, ustalony zakręt z $r = 5^\circ/\text{s}$. Jakie wychylenie steru „przeciw zakrętowi” daje tłumik? Porównaj z wynikiem symulacji (2,4° przy $r = 4,8^\circ/\text{s}$).

- 3 Skojarz filtr washout z parą $S + T = 1$ z lekcji 2.5 Zakłócenia, szum i wrażliwość: S, T i kształtowanie pętli i z filtrem komplementarnym z lekcji 4.5 automatyki. Jakże dwa filtry sumują się do jedności w układzie Palletta, w którym tłumik bierze r przez filtr górnoprzepustowy, a koordynacja zakrętu stałe r przez dolnoprzepustowy.

▢▢ podstawowe ▢▢▢ średnie ▢▢▢▢ feynmanowskie

3 Wzmocnienie zależne od prędkości

Skuteczność steru rośnie z ciśnieniem dynamicznym, czyli jak V^2 . Pallett pisze, że wzmocnienie wzmacniacza serwa jest programowane w funkcji prędkości: przy większej prędkości potrzeba mniejszego wychylenia. To jest programowanie wzmocnienia z lekcji 3.3 Nieliniowa rzeczywistość: nasycenie, windup, feedforward i gain scheduling. Ale co dokładnie ma być stałe?

Jeśli chcemy stałego tłumienia holendrowania, potrzebny przyrost $2\zeta\omega$ rośnie razem z częstością holendrowania, a ta rośnie mniej więcej jak V . Przyrost $|N_r|$ od tłumika to $|N_{\delta r}|K \propto V^2 K$. Żeby był proporcjonalny do V , potrzeba $K \propto 1/V$. W modelu:

prędkość	bez tłumika	$K = 0,5$ stałe	$K = 0,5 \cdot 55/V$
35 m/s	$\zeta = 0,17$	$\zeta = 0,44$	$\zeta = 0,61$ ($K = 0,79$)
55 m/s	$\zeta = 0,19$	$\zeta = 0,65$	$\zeta = 0,65$
75 m/s	$\zeta = 0,19$	$\zeta = 0,84$	$\zeta = 0,66$ ($K = 0,37$)

W tabeli pochodne zależne od C_L (C_{n_p} , C_{l_r}) wzięto z lotu przy 55 m/s; symulacja 1 przelicza C_L dla każdej prędkości, więc pokazuje nieco inne liczby (np. przy 35 m/s bez tłumika $\zeta = 0,21$ i $\omega = 2,28$ zamiast 0,17 i 2,03). Wniosek o programowaniu $K \propto 1/V$ pozostaje ten sam.

Ze stałym K samolot jest przy małej prędkości słabo tłumiony, a przy dużej przetłumiony i ospały. Z $K \propto 1/V$ tłumienie jest prawie stałe. Program $K \propto 1/\bar{q}$ (stałe wychylenie momentu) dałby przy małej prędkości za dużo, przy dużej za mało. Wniosek ogólny: zanim zaprogramujesz wzmocnienie, ustal, która wielkość zamkniętej pętli ma być stała.

ZADANIA · CZĘŚĆ 3

3 zadania · ok. 20 min

- 1 $N_{\delta r} = -5,69/s^2$ przy 55 m/s. Ile wynosi przy 35 i 75 m/s?
- 2 Pokaż, że przy $K \propto 1/V$ iloczyn $N_{\delta r}K$ rośnie jak V , i wyjaśnij, dlaczego to daje stałe ζ , jeśli $\omega \propto V$.

- 3 Skąd tłumik ma wiedzieć o prędkości? Co się stanie, jeśli czujnik prędkości ulegnie awarii i pokaże zero?

podstawowe średnie feynmanowskie

4 Tłumik pochylenia

Ten sam pomysł w ruchu podłużnym: $\delta_e = K_q q$. Zmienia efektywne M_q o $M_\delta K_q$ i trochę Z_q . W modelu z lekcji 5 (przykład 3.3 z naszym $M_\delta = -25/s^2$):

- $K_q = 0,05$ s: krótkookresowa $\zeta = 0,69 \rightarrow 0,79$, $\omega = 3,54 \rightarrow 3,87$ rad/s;
- $K_q = 0,1$ s: $\zeta = 0,89$, $\omega = 4,17$ rad/s; przy 0,2 s krótkookresowa jest już aperiodyczna.

Samolot lekki tego nie potrzebuje. Inaczej jest wysoko: przy tej samej prędkości przyrządowej (stałe $\bar{q}$) prędkość rzeczywista rośnie, a pochodne tłumiące maleją jak $1/U$ (zadanie 8.1 z lekcji 5). Ten sam samolot przeliczony rachunkowo na 9000 m miałby krótkookresową z $\zeta = 0,47$, a z $K_q = 0,1$ s znowu 0,76. Samoloty odrzutowe latające wysoko mają więc tłumik pochylenia, zwykle zintegrowany z układem sterowania.

Tłumik pochylenia też walczy z manewrem: w ustalonym zakręcie i w wyrwaniu $q \neq 0$ przez długi czas. Rozwiązania są te same: washout albo sprzężenie od q w pętli wewnętrznej regulatora, który za polecenie bierze zadaną prędkość pochylania lub przeciążenie (lekcja 9 Autopilot: pętle wewnętrzne i zewnętrzne).

ZADANIA · CZĘŚĆ 4

3 zadania · ok. 20 min

- 1 O ile zmienia się efektywne M_q/J_y przy $K_q = 0,1$ s i $M_\delta/J_y = -25/s^2$?
- 2 Z modelu dwustanowego (lekcja 6) policz ω_s i ζ_s z tłumikiem $K_q = 0,1$ s (pomiń zmianę Z_q).
- 3 Dlaczego tłumienie krótkookresowej maleje z wysokością przy stałej prędkości przyrządowej, a częstość prawie nie?

podstawowe średnie feynmanowskie

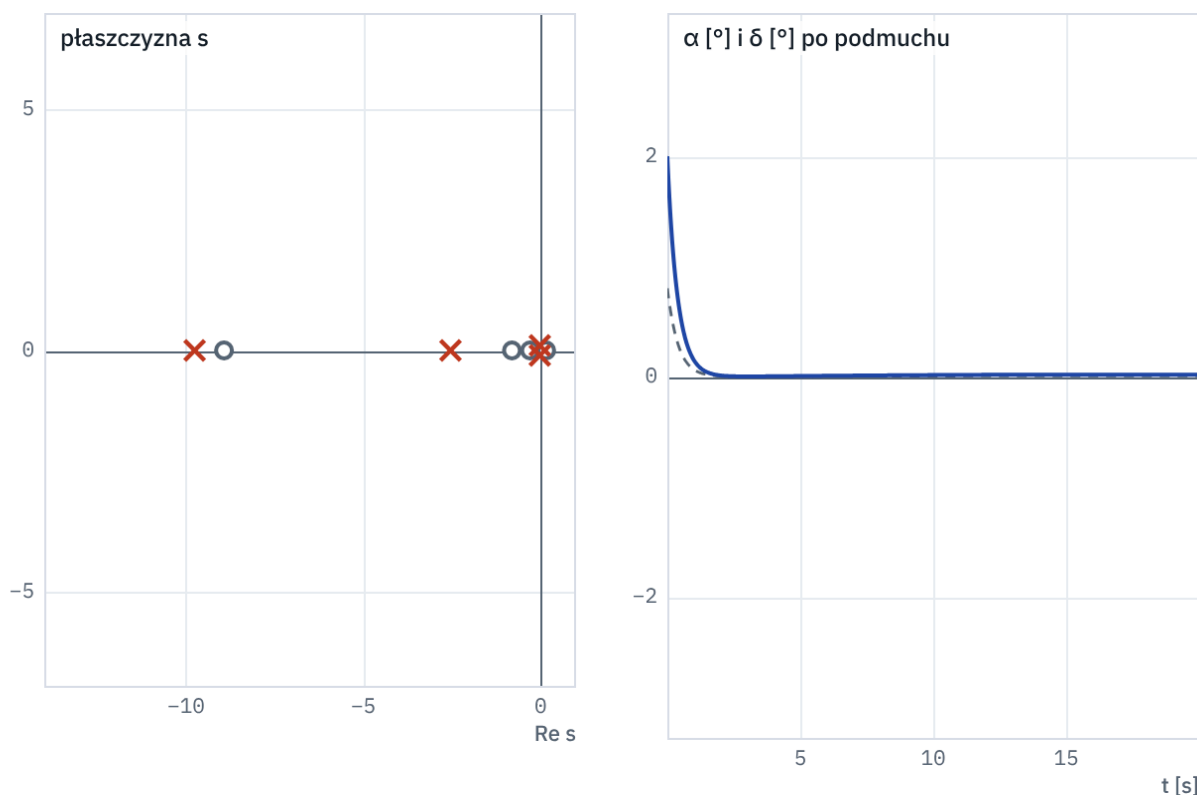
Fly-by-wire i niestateczność statyczna

Skoro regulator może dodać tłumienie, może dodać też sztywność. Sprężenie od kąta natarcia, $\delta_e = K_\alpha \alpha$, zmienia efektywne $C_{m\alpha}$ o $C_{m\delta} K_\alpha$: działa jak przesunięcie punktu neutralnego do tyłu. Samolot może więc mieć środek ciężkości za punktem neutralnym geometrycznym i nadal latać stabilnie. Zyski: mniejsze usterzenie, mniejsza siła w dół na usterzeniu, czyli mniejszy opór trymu, lepsza zwrotność. Takie samoloty mają sterowanie elektryczne (ang. *fly-by-wire*, FBW): drążek nie rusza steru, tylko wysyła polecenie do komputera, który wychyla ster tak, żeby samolot zachowywał się jak stateczny. Pallett w rozdziale 11 opisuje FBW razem z redundancją: kilka niezależnych kanałów, czujników i źródeł zasilania, bo awaria oznacza utratę samolotu.

W modelu z lekcji 4 przy $h = 0,55$ (4% cięciwy za punktem neutralnym) samolot ma pierwiastek $+0,157/s$, czyli podwojenie w 4,4 s. Sprężenie $K_\alpha = 0,4$ przesuwa wszystkie pierwiastki na lewą półpłaszczyznę; efektywne $C_{m\alpha} = 0,217 + (-0,995)(0,4) = -0,18$, czyli równoważny zapas 3,4% cięciwy. Przy samym $K_\alpha = 0,4$ pierwiastki krótkookresowe są już rzeczywiste ($-7,5$ i $-2,4/s$); dodatkowe $K_q = 0,1$ s przesuwa szybszy z nich do $-9,8/s$, czyli głównie przyspiesza odpowiedź.

SYMULACJA 3

Samolot z lekcji 4 z regulatorem $\delta = K_\alpha \alpha + K_q q$. Lewy panel: bieguny bez regulatora (kółka) i z regulatorem (krzyżyki). Prawy panel: kąt natarcia i wychylenie steru po podmuchu $+2^\circ$. Przesuń środek ciężkości za punkt neutralny i znajdź najmniejsze K_α , przy którym samolot jest stateczny.



— bieguny z regulatorem - - bieguny bez regulatora — α(t) po podmuchu $+2^\circ$ [°]

zapas stateczności (geometria) $-0,040$

bez regulatora: największe Re s $0,157$ 1/s

z regulatorem: największe Re s $-0,022$ 1/s

$C_{m\alpha}$ efektywne = $C_{m\alpha} + C_{m\delta}K_\alpha$ $-0,181$

równoważny zapas stateczności $0,034$

Samolot sam jest niestateczny, ale regulator wychyla ster proporcjonalnie do kąta natarcia i prędkości pochylania. Sprężenie od α działa jak przesunięcie punktu neutralnego do tyłu (sztuczna stateczność statyczna), od q jak dodatkowe tłumienie.

Stan na rysunku: samolot z lekcji 4 przy 55 m/s, $h = 0,550$ (punkt neutralny $0,510$), $\delta = 0,40 \cdot \alpha + 0,10 \cdot q$ (bez opóźnień i ograniczeń steru); podmuch $+2^\circ$ kąta natarcia.

 PUŁAPKA: REGULATOR BEZ ZAPASÓW

Model nie ma opóźnień, ograniczeń wychylenia ani prędkości ruchu steru. W rzeczywistości samolot niestateczny statycznie ma ograniczony obszar, w którym regulator go utrzyma: gdy ster dojdzie do oporu przy dużym kącie natarcia, sprzężenie znika i niestateczność wraca. Dlatego FBW ma ograniczniki kąta natarcia i przeciążenia, a projekt sprawdza się zapasami fazy i amplitudy z lekcji 2.5 Zakłócenia, szum i wrażliwość: S, T i kształtowanie pętli oraz symulacją nieliniową (lekcja 10 Symulacja 6 stopni swobody: składamy samolot).

 ZADANIA · CZĘŚĆ 5

2 zadania · ok. 15 min

- 1 Przy $h = 0,55$: $C_{m\alpha} = +0,217$, $C_{m\delta} = -0,995$. Jakie K_α daje równoważny zapas 5% ciężki ($a = 5,39$)?

- 2 Czujnik kąta natarcia zamarza i pokazuje stałą wartość. Co dzieje się z samolotem z części 5? Jak zabezpieczają się przed tym prawdziwe systemy?


 podstawowe  średnie  feynmanowskie

☰ METODA: PROJEKT TŁUMIKA

1. **Diagnoza:** który mod jest za słabo tłumiony (wartości własne, wymagania jakości pilotażu z lekcji 6).
2. **Sprzężenie:** prędkość kątowa tej osi do steru tej osi ($r \rightarrow \delta_r, q \rightarrow \delta_e$); znak tak, żeby zwiększyć tłumienie.
3. **Linie pierwiastkowe** względem K ; wybór K z zapasem.
4. **Washout** z $1/\tau$ kilka razy mniejszym niż częstość modu; sprawdzenie manewru ustalonego.
5. **Program wzmocnienia** w funkcji prędkości (i wysokości); sprawdzenie w rogach obwiedni lotu.

Przykład 6.1

Wzmocnienie tłumika dla

$$\zeta = 0,5$$

Dobierz K tłumika odchylenia samolotu z lekcji 7, tak żeby holendrowanie miało $\zeta = 0,5$, bez filtru i z washout $\tau = 2$ s.

- 1 Szacunek z modelu dwustanowego: $K \approx 0,28$ (zadanie 1.2).
- 2 Pełny model, bez filtru: $\zeta(K)$ rośnie monotonicznie; $\zeta = 0,5$ przy $K = 0,34$ (bisekcja).
- 3 Z washout $\tau = 2$ s: $K = 0,33$; filtr przy 3 rad/s przepuszcza prawie wszystko.

Wynik: $K \approx 0,33$ – $0,34$, czyli ok. $0,34^\circ$ steru na $1^\circ/\text{s}$ prędkości odchyłania.

Sprawdzenie: przy holendrowaniu z amplitudą $r = 5^\circ/\text{s}$ ster wychyla się o ok. $1,7^\circ$, daleko od ograniczeń ✓.

Przykład 6.2

Zakręt z tłumikiem i bez washout

Regulator przechylenia wprowadza samolot w zakręt 30° . Porównaj stan po 40 s bez tłumika, z tłumikiem $K = 0,5$ bez filtru i z filtrem $\tau = 2$ s.

- 1 Bez tłumika: $\varphi = 29,8^\circ$, $\beta = 0,77^\circ$, $r = 5,2^\circ/\text{s}$, ster kierunku 0; największy ślizg w czasie wejścia $7,7^\circ$.
- 2 Tłumik bez filtru: $\varphi = 28,4^\circ$, $\beta = 2,9^\circ$, $r = 4,8^\circ/\text{s}$, ster kierunku $+2,4^\circ$ (przeciw zakrętowi).
- 3 Tłumik z washout: stan ustalony jak bez tłumika (ster wraca do zera), największy ślizg $5,6^\circ$.

Wynik: washout zachowuje korzyść tłumika w czasie wejścia w zakręt i usuwa szkodę w zakręcie ustalonym.

Sprawdzenie: żaden wariant nie daje zerowego ślizgu w ustalonym zakręcie: do tego potrzebna jest koordynacja zakrętu (sygnał wychylający ster w stronę zakrętu albo pętla zerująca ślizg) ✓.

Przykład 6.3

Sztuczna stateczność statyczna

Samolot z lekcji 4 ze środkiem ciężkości w 55% cięciwy. Jakie sprzężenie od kąta natarcia czyni go statecznym?

- 1 Bez regulatora: pierwiastki $-8,93$; $-0,81$; $-0,30$; $+0,157/\text{s}$.
- 2 $K_\alpha = 0,2$: największy pierwiastek $+0,026$, wciąż niestateczny ($C_{m\alpha, \text{ef}} = 0,217 - 0,199 = +0,018$).
- 3 $K_\alpha = 0,4$: pierwiastki $-7,47$; $-2,44$; $-0,022 \pm 0,12i$: stateczny, z wolną parą jak fugoida.

Wynik: granica leży przy $K_\alpha \approx 0,22$, gdzie efektywne $C_{m\alpha}$ przechodzi przez zero; z zapasem bierzemy $0,4-0,5$.

Sprawdzenie: granica stateczności dynamicznej pokrywa się z $C_{m\alpha, \text{ef}} = 0$, tak jak w lekcji 4 pokrywała się z punktem neutralnym ✓.

Błędne intuicje, których trzeba się oduczyć

× „Tłumik odchylenia to autopilot kierunku.”

Tłumik tylko gasi szybkie wahania; nie trzyma kursu i działa także przy pilotażu ręcznym. Autopilot to pętla zewnętrzna (lekcja 9).

× „Większe wzmocnienie tłumika jest zawsze lepsze.”

Za duże daje mod aperiodyczny i ospałą reakcję, nasycę ster, a z opóźnieniami serwa może wzbudzić drgania. Poza tym bez washout walczy z manewrem.

× „Washout osłabia tłumik.”

Przy dobrze dobranym τ prawie nie zmienia tłumienia holendrowania (przepuszcza 99% sygnału), a usuwa walkę z zakretem.

× „Samolot niestateczny statycznie nie może latać.”

Może, jeśli regulator działa szybciej niż niestateczność rośnie i nigdy nie zawodzi. Ceną jest pełna zależność od elektroniki.

× „Wzmocnienie programuje się odwrotnie do ciśnienia dynamicznego.”

To zależy od tego, co ma być stałe. Dla stałego tłumienia holendrowania w naszym modelu potrzeba $K \propto 1/V$, nie $1/\bar{q}$.

Zadania do przemyślenia

Te zadania wymagają więcej myślenia niż liczenia.

ZADANIA DO PRZEMYŚLENIA

5 zadań · ok. 1,5 godziny

1 **Opóźnienie serwa.** Serwo steru kierunku ma transmitancję $1/(0,1s + 1)$. Jak to zmienia projekt tłumika i dlaczego zbyt duże K może wtedy doprowadzić do drgań?

2 **Tłumik szeregowy i równoległy.** Pallett opisuje tłumik szeregowy: jego wychylenie dodaje się do wychylenia pilota bez ruchu pedałów. Jaka jest zaleta takiego rozwiązania i dlaczego jego autorytet (zakres wychylenia) ogranicza się do kilku stopni?

3 **Sprężenie od ślizgu.** Zamiast r można wprowadzić do steru kierunku ślizg β (z czujnika albo z akcelerometru poprzecznego, lekcja 7 Ruch boczny: przechylenie, spirala i holendrowanie, zadanie 8.4). Jakie dwa efekty daje $\delta_r = -K_\beta \beta$?

4 **Wysokość jako druga zmienna programu.** W części 4 tłumienie krótkookresowej spadało z wysokością przy stałej prędkości przyrządowej. Jak powinno zależeć K_q od wysokości i prędkości, żeby ζ_s było stałe?

5 **Ile niestateczności?** Gdyby środek ciężkości samolotu z części 5 przesunąć do 60% cięciwy (podwojenie w 2 s), a serwo miało opóźnienie 0,1 s, czy regulator z sprzężeniem od α i q nadal by sobie poradził? Jak to sprawdzić?

▮▮▮ podstawowe ▮▮▮ średnie ▮▮▮ feynmanowskie

9 Sprawdź się

Odpowiedz w myślach, zanim rozwiniesz odpowiedź.

1 **Jak działa tłumik odchylenia?**

$\delta_r = Kr$: zwiększa efektywne $|N_r|$, więc tłumienie holendrowania.

2 **Po co filtr washout?**

Żeby tłumik nie reagował na stałą prędkość odchylenia w ustalonym zakreście; przepuszcza tylko zmiany szybsze niż $1/\tau$.

3 **Jak dobrać τ filtru washout?**

$1/\tau$ kilka razy mniejsze niż częstość holendrowania (typowo $\tau = 1-4$ s); za krótkie wymywa holendrowanie, za długie walczy z zakretem.

4 **Jak programować wzmocnienie tłumika z prędkością?**

Tak, żeby stała była wielkość docelowa; dla stałego ζ holendrowania w naszym modelu $K \propto 1/V$.

5 **Co robi sprzężenie od kąta natarcia do steru wysokości?**

Zmienia efektywne $C_{m\alpha}$ o $C_{m\delta}K_\alpha$: sztuczna stateczność statyczna, przesunięcie punktu neutralnego do tyłu.

6 Czym SAS różni się od autopilota?

SAS (tłumiki, sztuczna stateczność) to pętla wewnętrzna poprawiająca mody; autopilot to pętla zewnętrzna wydająca polecenia (wysokość, kurs, prędkość).

TŁUMIKI

$\delta_r = K \frac{\tau_s}{\tau_s + 1} r$: $N_r \rightarrow N_r + N_{\delta_r} K$ (w paśmie holendrowania)

$\delta_e = K_q q$: $M_q \rightarrow M_q + M_{\delta} K_q$

washout: $|H(i\omega)| = \frac{\omega\tau}{\sqrt{1+\omega^2\tau^2}}$, faza $90^\circ - \arctan \omega\tau$

stałe ζ : $K \propto \omega / |N_{\delta_r}| \propto 1/V$

SZTUCZNA STATECZNOŚĆ

$\delta_e = K_\alpha \alpha$: $C_{m\alpha,ef} = C_{m\alpha} + C_{m\delta} K_\alpha$

równoważny zapas $K_{n,ef} = -C_{m\alpha,ef}/a$

nasz model: $h = 0,55$, $K_\alpha = 0,4$: zapas 3,4%

Do przeczytania

- **Obowiązkowo:** E. H. J. Pallett, S. Coyle, *Automatic Flight Control*, rozdz. 7 (s. 222–224, układ tłumika odchylenia, rys. 7.13) i rozdz. 3 (s. 122–124, koordynacja zakrętu i programowanie wzmocnienia).
- **Dla chętnych:** Pallett, rozdz. 11 (fly-by-wire); A. Tewari, rozdz. 3.6 i 3.9 (SAS i autopilot w ujęciu przestrzeni stanów).

Pętla wewnętrzna jest gotowa: samolot ma dobrze tłumione mody, także wtedy, gdy natura dała mu za mało. Teraz możemy mu coś kazać. Następna lekcja buduje autopilota tak, jak opisuje go Pallett: wokół pętli trzymania pochylenia i przechylenia, z pętlami zewnętrznymi wysokości, prędkości pionowej, kursu i prędkości, z synchronizacją przy włączaniu i automatycznym trymem.



Odpowiedzi

Zadania · część 1

1. $-1,04 - 5,69K = -3,12$, więc $K = 0,37$.
2. $2 \cdot 0,5 \cdot 2,8 = 2,8 = 0,159 + 1,04 + 5,69K$, więc $K = 0,28$. Pełny model: $K = 0,34$ (przykład 6.1). Model dwustanowy zawyża tłumienie, więc zaniża potrzebne wzmocnienie.
3. Tłumik zwiększa $|N_r|$, a $L_\beta < 0$, więc $L_\beta N_r$ rośnie: warunek jest spełniony z większym zapasem. Ster kierunku zmienia też L_r (w naszym modelu z 2,65 do 3,81/s, bo $L_{\delta r} > 0$), co działa w przeciwną stronę, ale słabiej: $L_\beta N_r - L_r N_\beta$ rośnie i tak z 13 do 95. Ta „korzyść” to druga strona problemu z części 2: tłumik przeciwdziała każdej prędkości odchyłania, także tej potrzebnej w zakręcie.

Zadania · część 2

1. $|H| = \frac{\omega\tau}{\sqrt{1+\omega^2\tau^2}}$, faza $90^\circ - \arctan \omega\tau$. $\tau = 0,5$: $1,5/\sqrt{3,25} = 0,83$, 34° . $\tau = 2$: $6/\sqrt{37} = 0,99$, $9,5^\circ$.
2. $\delta_r = 0,5 \cdot 5^\circ = 2,5^\circ$. W symulacji samolot ustala się przy trochę mniejszym r ($4,8^\circ/\text{s}$), bo ślizg i mniejsze przechylenie zmieniają równowagę: $0,5 \cdot 4,8 = 2,4^\circ \checkmark$.
3. $\frac{\tau s}{\tau s + 1} + \frac{1}{\tau s + 1} = 1$, jak w filtrze komplementarnym z lekcji 4.5 automatyki. Część szybka (holendrowanie) trafia do tłumika, część wolna (ustalony zakręt) do koordynacji zakrętu, która wychyla ster *w stronę* zakrętu. Każde pasmo częstości ma swoje zadanie.

Zadania · część 3

1. Skaluje się jak V^2 : $-5,69 \cdot (35/55)^2 = -2,30$ i $-5,69 \cdot (75/55)^2 = -10,6/\text{s}^2$.
2. $N_{\delta r} K \propto V^2 \cdot V^{-1} = V$. Przyrost $2\zeta\omega$ od tłumika jest równy $|N_{\delta r} K|$ (w modelu dwustanowym), więc $\Delta\zeta \propto V/\omega = \text{const}$. Własne tłumienie samolotu ($N_r \propto V$, $Y_\beta/U \propto V$) skaluje się tak samo, więc całe ζ jest prawie stałe.
3. Z centrali aerometrycznej (ciśnienie całkowite i statyczne, lekcja Dział 10: Płyiny: ciśnienie, przepływ, lepkość i siły aerodynamiczne, przykład 10.2). Przy wskazaniu zero program dałby wzmocnienie dążące do nieskończoności: tłumik nasyciłby ster i mógł wzbudzić oscylacje. Dlatego wzmocnienie ogranicza się od góry, prędkość bierze się z kilku źródeł, a przy rozbieżności tłumik się wyłącza (Pallett: logika monitorująca i lampka awarii).

Zadania · część 4

1. $M_\delta K_q = -2,5/\text{s}$: z -2 do $-4,5/\text{s}$, ponad dwa razy więcej.
2. $M_q/J_y = -4,5$: $\omega_s^2 = 1,964 \cdot 4,5 + 8,6 = 17,44$, $\omega_s = 4,18$; $2\zeta\omega = 1,964 + 4,5 + 0,9 = 7,36$, $\zeta = 0,88$. Pełny model: 4,17 i 0,885 $\checkmark$. Tłumik pochylenia zwiększa też częstość, bo M_q wchodzi do ω_s^2 przez człon $Z_\alpha M_q$.
3. Częstość zależy głównie od $M_\alpha/J_y \propto \bar{q}$, a ono jest stałe. Tłumienie zależy od M_q , $M_{\dot{\alpha}}$, $Z_\alpha/(mU)$, a każde z nich ma U w mianowniku: przy 9000 m U jest 1,6 razy większe. W modelu ω_s : $3,54 \rightarrow 3,18$ rad/s, ζ_s : $0,69 \rightarrow 0,47$.

Zadania · część 5

1. Potrzebne $C_{m\alpha,ef} = -5,39 \cdot 0,05 = -0,27$. $0,217 - 0,995K_\alpha = -0,27$, więc $K_\alpha = 0,49$ rad steru na rad kąta natarcia.
2. Sprężenie od α znika (stały sygnał to tylko stałe wychylenie steru), więc wraca niestateczność statyczna z czasem podwojenia kilku sekund, a do tego stałe wychylenie wytrąca samolot z trymu.
Zabezpieczenia: kilka czujników kąta natarcia i porównywanie ich wskazań, estymacja kąta natarcia z innych sygnałów (przyspieszenie normalne, prędkość, pochylenie: filtr z lekcji 4.4 automatyki), przejście na prostsze prawo sterowania przy niezgodności.

Zadania do przemyślenia

1. Przy częstotliwości holendrowania 3 rad/s serwo daje opóźnienie fazy $\arctan 0,3 = 17^\circ$: część wychylenia przychodzi „za późno” i mniej tłumii. Przy większych częstotliwościach (np. drgania sprężyste kadłuba) opóźnienie rośnie do 90° .
2. Z dużym K pętla zaczyna oddziaływać na szybsze mody (serwo, drgania konstrukcji), gdzie przesunięcie fazy może dać dodatnie sprzężenie: zapas fazy (lekcja 2.4 automatyki) maleje do zera. Dlatego tłumiki mają też filtry dolnoprzepustowe i ograniczone wzmocnienie.
1. Pilot nie czuje pracy tłumika i zachowuje pełną kontrolę nad sterem; awaria tłumika (np. wychylenie maksymalne) daje tylko ograniczone zaburzenie, które pilot łatwo pokona.
2. Do gaszenia holendrowania wystarczy kilka stopni (przykład 6.1: $1,7^\circ$ przy $r = 5^\circ/s$), a ograniczony autorytet czyni awarię nieszkodliwą. Pełny autorytet mają dopiero układy FBW, ale wtedy z redundancją.
1. Zwiększa efektywne N_β : sztuczna stateczność kierunkowa, wyższa częstotliwość holendrowania. Tłumienia sam nie dodaje (trzeba r albo $\dot{\beta}$).
2. Zmniejsza ślizg w ustalonym manewrze (a z członem całkującym go zeruje), czyli koordynuje zakręt automatycznie: tego nie robi tłumik od r . Dlatego nowoczesne układy łączą oba sygnały.
1. Przyrost $2\zeta\omega$ od tłumika to $|M_\delta|K_q$, a $M_\delta \propto \bar{q}$. Częstotliwość ω_s zależy głównie od $\sqrt{\bar{q}}$. Brakujące tłumienie rośnie z wysokością (bo własne $M_q \propto \bar{q}/U$ maleje).
2. Z warunku $2\zeta_s\omega_s = c\bar{q}/U + k\bar{q}K_q$ (własne tłumienie plus tłumik, c i k stałe samolotu): $K_q = \frac{2\zeta_s\omega_s - c\bar{q}/U}{k\bar{q}}$.
Przy stałym $\bar{q}$ (stała prędkość przyrządowa) i rosnącej wysokości rośnie prędkość rzeczywista U , więc K_q też musi rosnąć: program zależy od dwóch zmiennych, $\bar{q}$ i U (albo wysokości).
3. W praktyce wzmocnienie programuje się dwuwymiarową tablicą od $\bar{q}$ i liczby Macha (albo wysokości), wyznaczoną z linearyzacji w wielu punktach obwiedni, jak w lekcji 3.3 automatyki.
1. Nie z tymi samymi wzmocnieniami: przy $h = 0,60$ efektywne $C_{m\alpha}$ rośnie do ok. $+0,49$, a $K_\alpha = 0,4$, $K_q = 0,1$ zostawia pierwiastek $+0,066/s$. Granica stateczności przesuwa się do $K_\alpha \approx 0,5$; z zapasem trzeba ok. $0,7$. Po przestrojeniu niestateczny pierwiastek ($+0,34/s$) jest wciąż wolny w porównaniu z serwem ($10/s$), więc samo opóźnienie $0,1$ s nie jest przeszkodą. Kłopot pojawia się, gdy pasmo pętli (potrzebne, żeby szybko przeciwdziałać niestateczności) zbliża się do pasma serwa i drgań konstrukcji.
2. Sprawdzić zapasy fazy i amplitudy pętli z serwem (lekcja 2.4 automatyki); dla obiektów niestatecznych istnieją też dolne granice zapasu wzmocnienia (zbyt małe wzmocnienie też destabilizuje). Na koniec symulacja nieliniowa z ograniczeniami steru.

Dynamika lotu · Lekcja 8: Augmentacja stateczności · Źródła: E. H. J. Pallett, S. Coyle, *Automatic Flight Control* (Blackwell 1993, rozdz. 2, 3, 7, 11); A. Tewari, *Advanced Control of Aircraft, Spacecraft and Rockets* (Wiley 2011, rozdz. 3.6, 3.9). Modele samolotu z lekcji 4, 5 i 7. Wszystkie liczby policzone na nowo (tools/verify/l8.py).