

Ruch boczny: przechylenie, spirala i holendrowanie

Przechylenie, odchylenie i ślizg są ze sobą splecione: przechylony samolot się ześlizguje, ślizg obraca nos i przechyla, a obrót wokół pionu znowu przechyla. Linearyzacja daje cztery równania i trzy mody o zupełnie różnym charakterze: bardzo szybkie zanikanie prędkości przechylania, bardzo wolną spiralę i kołyszące się holendrowanie. Ta lekcja wyprowadza model, pokazuje kompromis między statecznikiem pionowym a wzniosem skrzydeł, który Pallett opisuje słowami, i odpowiada na pytanie, dlaczego do zakrętu potrzebny jest ster kierunku.

CZAS

ok. 2,5 h teorii +
ok. 2,5 h zadań

ZADANIA

14 zadań w treści
+ 5 do
przemyślenia, z
odpowiedziami

ŹRÓDŁA

E. H. J. Pallett, S.
Coyle, *Automatic
Flight Control*,
rozdz. 1A (s. 23–
26); P. H. Zipfel,
rozdz. 7.4.1; A.
Tewari, rozdz. 3.9

W TEJ LEKCJI

- 0 Prolog: trzy sposoby, by stracić kierunek
- 1 Równania ruchu bocznego
- 2 Trzy mody
- 3 Statecznik pionowy kontra wznios
- 4 Lotki, ster kierunku i zakręt
- 5 Mody boczne w praktyce
- 6 Metoda i przykłady rozwiązane
- 7 Błędne intuicje
- 8 Zadania do przemyślenia
- 9 Sprawdź się
- 10 Karta wzorów i co dalej

Prolog: trzy sposoby, by stracić kierunek

Pallett wymienia trzy formy niestateczności bocznej. Dywergencja kierunkowa: samolot bez stateczności wiatrowskazowej obraca się w ślizg coraz bardziej. Dywergencja spiralna: gdy stateczność kierunkowa jest bardzo duża w porównaniu z poprzeczną, ślizg znika szybko, ale opuszczone skrzydło się nie podnosi; przechylenie powoli rośnie, nos opada w zakręt i samolot schodzi spiralą, która zacieśnia się sama. Holendrowanie: gdy stateczność kierunkowa jest za mała w porównaniu z poprzeczną, samolot na przemian odchyła się i przechyla w jedną i drugą stronę. Nazwa wzięła się podobno od ruchu łyżwiarzy z holenderskich kanałów.

Pierwsza forma jest rzadka, bo każdy samolot ma statecznik pionowy. Dwie pozostałe są zawsze obecne jako mody, pytanie tylko, czy są stateczne i jak bardzo. W lekcji 3 Fuzja czujników w 3D: estymacja orientacji na kwaternionach spotkaliśmy już spiralę jako „spiralę śmierci” pilota w chmurach: jest tak powolna, że błędnik jej nie zauważa.

Pytanie na start. Konstruktor powiększa statecznik pionowy, żeby samolot lepiej trzymał kierunek. Jak to zmienia skłonność do spirali? Odpowiedź w części 3.

1

Równania ruchu bocznego

Zaburzenia „na boki” lotu poziomego to ślizg $\beta \approx v/U$, prędkość przechylania p , prędkość odchyłania r i przechylenie φ . Po linearyzacji (jak w lekcji 5 Lot w płaszczyźnie symetrii: model podłużny i pochodne stateczności, w osiach stateczności, z pominięciem iloczynu dewiacji I_{xz}) dostajemy:

MODEL BOCZNY W PRZESTRZENI STANÓW

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \beta \\ p \\ r \\ \varphi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_\beta/U & Y_p/U & Y_r/U - 1 & g/U \\ L_\beta & L_p & L_r & 0 \\ N_\beta & N_p & N_r & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta \\ p \\ r \\ \varphi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & Y_{\delta r}/U \\ L_{\delta a} & L_{\delta r} \\ N_{\delta a} & N_{\delta r} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_a \\ \delta_r \end{bmatrix}.$$

Y w m/s^2 (siła boczna na masę), L i N w $1/\text{s}^2$ lub $1/\text{s}$ (momenty na moment bezwładności I_x, I_z). Kurs: $\dot{\psi} = r$ (w locie poziomym).

Pierwszy wiersz to równanie siły bocznej: ślizg zmienia się, bo samolot obraca się nosem ($-r$), bo przechylona siła nośna ciągnie go w bok ($g\varphi/U$) i bo siła boczna od ślizgu go hamuje (Y_β).
Znaczenie pochodnych momentów:

- $N_\beta > 0$: stateczność wiatrowskazowa (statecznik pionowy), $L_\beta < 0$: efekt wzniosu (lekcja 4 Stateczność statyczna i trym: dlaczego samolot ma ogon);
- $L_p < 0$: tłumienie przechylania: opadające skrzydło ma większy kąt natarcia i więcej siły nośnej;
- $N_r < 0$: tłumienie odchyłania, głównie przez statecznik pionowy;

- $L_r > 0$: przy odchyłaniu w prawo lewe skrzydło leci szybciej i ma więcej siły nośnej, więc samolot przechyla się w prawo;
- $N_p < 0$: przy przechylaniu w prawo siła nośna opadającego prawego skrzydła pochyla się do przodu, a wznoszącego lewego do tyłu: nos idzie w lewo (odchylenie przeciwne od przechylania).

Pochodne liczymy z prostych oszacowań dla samolotu z poprzednich lekcji (1100 kg, $S = 16,2 \text{ m}^2$, $b = 10,9 \text{ m}$, 55 m/s), z przyjętym statecznikiem pionowym $S_V = 1,7 \text{ m}^2$, ramieniem $l_V = 4,6 \text{ m}$ i wzniosem efektywnym $\Gamma = 5^\circ$ (górnołat z geometrycznym wzniosem ok. 2° działa jak większy wznios). Bezwładności: $I_x = 1285 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$, $I_z = 2667 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ (rząd wielkości Cessny 172). Wynik w osiach stateczności:

$$A = \begin{bmatrix} -0,159 & 0 & -0,991 & 0,178 \\ -32,0 & -12,6 & 2,65 & 0 \\ 7,70 & -0,546 & -1,04 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

ZADANIA · CZĘŚĆ 1

3 zadania · ok. 20 min

- 1 Samolot dostaje ślizg $\beta = 5^\circ$ (napływ z prawej). Jakie przyspieszenia kątowe $\dot{p}$ i $\dot{r}$ wywołuje w pierwszej chwili? W którą stronę obraca się nos i w którą przechyla samolot?
- 2 Wyjaśnij, skąd się bierze $N_p < 0$: samolot przechyla się w prawo ($p > 0$), co dzieje się z kierunkiem napływu i siłą nośną na każdym skrzydle?
- 3 Dlaczego w pierwszym wierszu stoi g/U przy φ ? Policz tę wartość dla 55 m/s i wyjaśnij jej sens.

▢▢▢ podstawowe ▢▢▢ średnie ▢▢▢ feynmanowskie

2 Trzy mody

Wartości własne macierzy A : $-12,6$; $-0,019$; $-0,58 \pm 3,04i$. Trzy zupełnie różne ruchy:

mod	wartość własna	charakter	przybliżenie
przechylenie	$-12,6/\text{s}$	stała czasowa 0,08 s: prędkość przechylania szybko dochodzi do ustalonej	$\lambda \approx L_p = -12,6$

mod	wartość własna	charakter	przybliżenie
spirala	$-0,019/s$	stała czasowa 52 s: powolny powrót (albo odejście) przechylenia i kursu	$\lambda \approx \frac{g}{U} \frac{L_\beta N_r - L_r N_\beta}{L_p N_\beta - L_\beta N_p} = -0,020$
holendrowanie	$-0,58 \pm 3,04i$	$\omega = 3,10 \text{ rad/s}$, $\zeta = 0,19$, okres 2,1 s: kołysanie ślizgu, odchylenia i przechylenia	model (β, r) : $\omega = 2,79$, $\zeta = 0,22$

Dla porównania: model Cessny 172 przy 68 m/s na wysokości 1500 m z wykładu dynamiki lotu Arizona State University daje przechylenie $-12,4$, spiralę $-0,011$ i holendrowanie $-0,69 \pm 3,31i$ ($\omega = 3,4$, $\zeta = 0,2$). Ten sam wykład w innym miejscu podaje dla przechylenia $-8,4$, więc tę jedną liczbę traktujmy ostrożnie. Nasze proste oszacowania trafiają w ten sam obraz.

Przybliżenie przechylenia jest proste: przy szybkim przechylaniu ślizg i odchylenie nie zdążą się zmienić, zostaje $\dot{p} = L_p p$. Spirala: wolna, więc przyspieszenia kątowe są pomijalne, a w równaniach momentów zostaje równowaga, z której wynika warunek stateczności

$$L_\beta N_r - L_r N_\beta > 0.$$

Holendrowanie przybliża model dwustanowy (β, r) , czyli „wiatrowskaz z tłumieniem”: $\omega^2 \approx N_\beta(1 - Y_r/U) + N_r Y_\beta/U$, $2\zeta\omega \approx -(Y_\beta/U + N_r)$. Błąd 10% w częstości pochodzi od przechylania, które ten model pomija: przy dużym $|L_\beta|$ każde odchylenie wywołuje silne przechylenie.

ZADANIA · CZĘŚĆ 2

3 zadania · ok. 25 min

- 1 Mod przechylenia ma $\lambda = -12,6/s$. Po jakim czasie prędkość przechylania osiąga 95% wartości ustalonej po skoku lotek (pomiń inne mody)?
- 2 Spirala ma $\lambda = -0,019/s$. Samolot przechylił się o 10° i pilot puścił stery. Po jakim czasie przechylenie spadnie do 5° ?
- 3 Policz holendrowanie z modelu (β, r) : $Y_\beta/U = -0,159$, $Y_r/U = 0,009$, $N_\beta = 7,70$, $N_r = -1,04$. Porównaj z pełnym modelem.

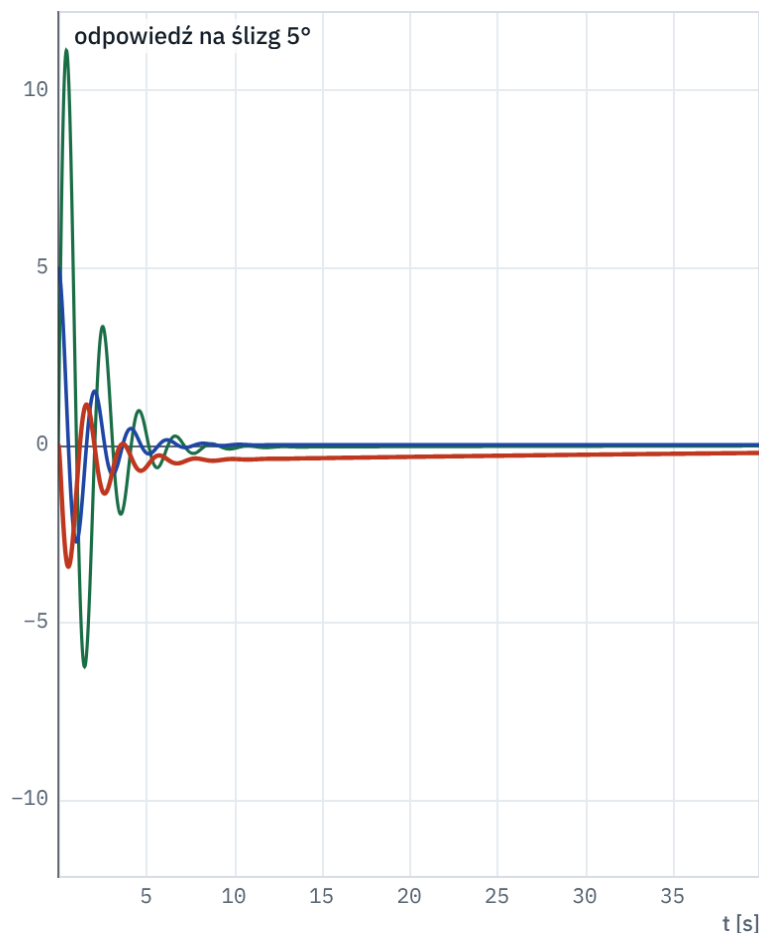
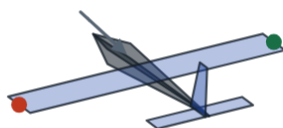
 podstawowe  średnie  feynmanowskie

Statecznik pionowy kontra wznios

Warunek stateczności spirali, $L_\beta N_r > L_r N_\beta$, mówi wprost to, co Pallett opisuje słowami. Lewa strona rośnie z efektem wzniosu ($|L_\beta|$) i tłumieniem odchylenia ($|N_r|$), prawa ze statecznością kierunkową (N_β). Większy statecznik pionowy zwiększa i N_β , i $|N_r|$, ale N_β działa przez L_r i w typowym samolocie przeważa: spirala staje się mniej stateczna. Odpowiedź na pytanie z prologu: powiększenie statecznika pogarsza spiralę (i poprawia tłumienie holendrowania).

Holendrowanie psuje się odwrotnie: duży wznios i mały statecznik. Wtedy każdy ślizg daje silne przechylenie (duże $|L_\beta|$), a słaby wiatrowskaz z małym tłumieniem pozwala nosowi przestrzelić. Projektant szuka kompromisu: spirala stateczna albo lekko niestateczna (długi czas podwojenia jest dopuszczalny) i holendrowanie wyraźnie tłumione.

SYMULACJA 1 Samolot dostaje podmuch boczny, który daje ślizg 5° (szara strzałka: kierunek napływu). Zmieniaj wielkość statecznika pionowego i wznios efektywny. Obserwuj przebiegi ślizgu, przechylenia i prędkości odchyłania oraz pierwiastki w odczycie. Znajdź ustawienie z niestateczną spiralą i takie ze słabo tłumionym holendrowaniem.



— β [°] — φ [°] — r [°/s]

$C_{n\beta}, C_{l\beta}$ [1/rad] 0,063, -0,126

przechylenie (mod) -12,65 1/s

spiralą -0,0191 1/s

stała czasowa spirali 52 s

holendrowanie $\omega = 3,10$ rad/s, $\zeta = 0,186$

$L_\beta N_r - L_r N_\beta$ (> 0: spiralą stateczna) 12,98

Kompromis: spiralą stateczna lub prawie obojętna i holendrowanie umiarkowanie tłumione.

Zwiększaj statecznik przy małym wzniosie albo wznios przy małym stateczniku i patrz, który mod się psuje.

Stan na rysunku: $S_V = 1,70$ m², $\Gamma = 5,0^\circ$, $V = 55$ m/s, $t = 0,0$ s; pierwiastki: przechylenie -12,65, spiralą -0,0191, holendrowanie $-0,576 \pm 3,041i$.

Kilka punktów z symulacji (wartości własne spirali i tłumienie holendrowania):

S_V [m ²]	Γ	spirala [1/s]	holendrowanie
1,7	0°	+0,027 (podwojenie w 26 s)	$\omega = 2,86, \zeta = 0,23$
1,7	5°	-0,019	$\omega = 3,10, \zeta = 0,19$
1,7	12°	-0,064	$\omega = 3,40, \zeta = 0,14$
0,8	12°	-0,083	$\omega = 2,34, \zeta = 0,076$
3,2	5°	-0,0105	$\omega = 4,46, \zeta = 0,23$

ZADANIA · CZĘŚĆ 3

3 zadania · ok. 25 min

- 1  Sprawdź warunek stateczności spirali dla modelu nominalnego: $L_\beta = -32,0$, $N_r = -1,04$, $L_r = 2,65$, $N_\beta = 7,70$.
- 2  Z tabeli: przy $\Gamma = 0$ spirala jest niestateczna z $\lambda = +0,027/s$. Ile wynosi czas podwojenia? Czy pilot zdąży zareagować?
- 3  Wyjaśnij jakościowo, dlaczego małe S_V z dużym Γ daje słabo tłumione holendrowanie, a duże S_V z małym Γ niestateczną spiralę.

 podstawowe  średnie  feynmanowskie

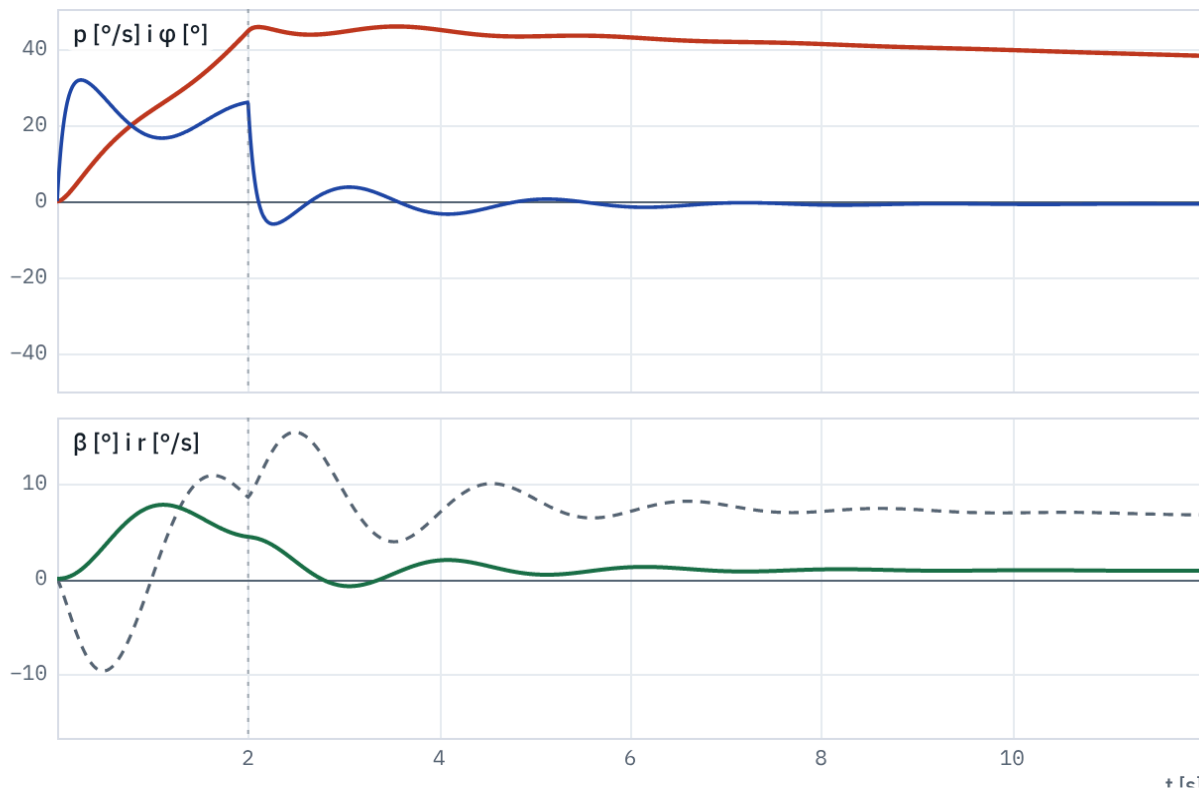
4 Lotki, ster kierunku i zakręt

Lotki dają moment przechylający $L_{\delta a} \delta_a$. Przy samym przechylaniu (mod przechylenia) prędkość ustala się na $p_{ss} = -L_{\delta a} \delta_a / L_p$. Dla naszego samolotu, z $C_{l\delta a} = 0,177/\text{rad}$ (rzęd wielkości dla samolotu lekkiego), $L_{\delta a} = 45/s^2$, więc 10° lotek daje ok. 36°/s. Ale lotki mają efekt uboczny: lotka opuszczona zwiększa siłę nośną i opór indukowany swojego skrzydła, więc nos obraca się w stronę *przeciwną* do przechylenia. To **odchylenie przeciwne**, $N_{\delta a} < 0$. Do tego przechylony samolot zaczyna się ześlizgiwać, a ślizg przez efekt wzniosu hamuje przechylenie.

Pilot rozwiązuje to sterem kierunku: wchodzi w zakręt „nogą i drążkiem” jednocześnie. W ustalonym zakręcie skoordynowanym ślizg jest zerowy, a samolot musi się obracać wokół pionu z prędkością $\dot{\psi} = g \tan \varphi / U$ (lekcja 3 Fuzja czujników w 3D: estymacja orientacji na kwaternionach, przykład 6.3). Ster kierunku ma więc dwa zadania: zrównoważyć odchylenie przeciwne lotek i wytworzyć prędkość odchylenia potrzebną w zakręcie. Wiele samolotów ma mechaniczne sprzężenie lotek ze sterem kierunku (ARI, ang. *aileron-rudder interconnect*), a samoloty z automatyką robią to wskaźnikiem ślizgu w pętli (lekcja 8 Augmentacja stateczności: tłumik odchylenia i pochylenia).

SYMULACJA 2

Skok lotek na kilka sekund i ster kierunku sprzężony z nimi współczynnikiem k ($\delta_r = k\delta_a$; ujemne k to ster w stronę zakrętu). Górny wykres: prędkość przechylania i przechylenie; dolny: ślizg i prędkość odchylenia. Porównaj $k = 0$, $k = -0,36$ i $k = +0,3$.



— p [°/s] — φ [°] — β [°] — r [°/s]

ustalona prędkość przechylania $-L_{\delta_a}\delta_a/L_p$ 35,7 °/s

p po 1 s 16,9 °/s

największy ślizg 7,79°

k znoszące odchylenie przeciwnie lotek -0,36

Same lotki: odchylenie przeciwnie (lotka opuszczona ma większy opór) obraca nos w przeciwną stronę niż przechylenie, a przechylony samolot zaczyna się ześlizgiwać. Ślizg przez efekt wzniosu hamuje przechylenie. Dodaj ster kierunku ($k < 0$).

Stan na rysunku: $\delta_a = 10,0^\circ$ przez 2,0 s, $\delta_r = 0,00 \cdot \delta_a$; $C_{l\delta_a} = 0,177$, $C_{n\delta_a} = -0,0167$ /rad (rzęd wielkości dla samolotu lekkiego), $V = 55$ m/s.

ZADANIA · CZĘŚĆ 4

3 zadania · ok. 25 min

- 1 Policz p_{ss} dla $\delta_a = 10^\circ$, $L_{\delta_a} = 45/s^2$, $L_p = -12,6/s$. Ile czasu zajmie przechylenie do 30° przy tej prędkości?

- 2 Lotki dają $N_{\delta a} = -2,05/s^2$ na radian, ster kierunku $N_{\delta r} = -5,69/s^2$ na radian. Jakie k w $\delta_r = k\delta_a$ dokładnie znosi moment odchylający lotek? Czy to wystarczy do zakrętu bez ślizgu?

- 3 Jaką prędkość odchylania musi mieć samolot w ustalonym zakręcie z przechyleniem 30° przy 55 m/s ? Jak rozkłada się ona na q i r w osiach ciała?

▮▮▮ podstawowe ▮▮▮ średnie ▮▮▮ feynmanowskie

5 Mody boczne w praktyce

W samolocie lekkim mody boczne są zwykle znośne: holendrowanie tłumione, spirala prawie obojętna. W samolotach odrzutowych ze skosem skrzydeł, latających wysoko, holendrowanie bywa tłumione tak słabo, że pilot nie jest w stanie go opanować ręcznie: korekty sterem kierunku przychodzą w złej fazie i pogarszają kołysanie. Od wczesnych bombowców i samolotów pasażerskich z silnikami odrzutowymi standardem stał się automatyczny tłumik odchylenia (ang. *yaw damper*), który mierzy r żyroskopem i wychyla ster kierunku. Jak go zaprojektować, żeby nie walczył z pilotem w zakręcie, pokazuje lekcja 8 Augmentacja stateczności: tłumik odchylenia i pochylenia.

ZADANIA · CZĘŚĆ 5

2 zadania · ok. 15 min

- 1 Tłumik odchylenia dodaje do momentu odchylającego człon $N_{\delta r} K_r r$. O ile zmienia to N_r ? Jakie K_r podwoiłoby $|N_r|$ w naszym modelu?
- 2 Dlaczego holendrowanie pogarsza się z wysokością lotu (przy tej samej prędkości przyrządowej)?

▮▮▮ podstawowe ▮▮▮ średnie ▮▮▮ feynmanowskie

☰ METODA: ANALIZA RUCHU BOCZNEGO

1. **Pochodne:** $Y_\beta, L_\beta, N_\beta$ (statyka), L_p, N_r (tłumienia), L_r, N_p (sprężenia), sterowanie $L_{\delta a}, N_{\delta a}, N_{\delta r}$.
2. **Macierz A** w osiach stateczności; wartości własne: jedna duża ujemna, jedna mała, jedna para.
3. **Przybliżenia:** przechylenie L_p , spirala z warunku $L_\beta N_r - L_r N_\beta$, holendrowanie z modelu (β, r) .
4. **Kompromis:** sprawdź spiralę i holendrowanie przy zmianach statecznika, wzniosu, wysokości.
5. **Sterowanie:** prędkość przechylania, odchylenie przeciwne, ślizg w wejściu w zakręt.

Przykład 6.1

Mod przechylenia i prędkość przechylania

Policz L_p z $C_{lp} = -0,5$, stałą czasową modu przechylenia i ustaloną prędkość przechylania przy 10° lotek.

- 1 $L_p = \bar{q} S b C_{lp} \frac{b}{2U} / I_x = 1853 \cdot 16,2 \cdot 10,9 \cdot (-0,5) \cdot \frac{10,9}{110} / 1285 = -12,6/\text{s}.$
- 2 $\tau = 1/12,6 = 0,079 \text{ s}.$
- 3 $L_{\delta a} = \bar{q} S b C_{l\delta a} / I_x = 327\,000 \cdot 0,177 / 1285 = 45/\text{s}^2; p_{ss} = 45 \cdot 0,175 / 12,6 = 0,62 \text{ rad/s}.$

Wynik: $\tau = 0,08 \text{ s}, p_{ss} = 36^\circ/\text{s}.$

Sprawdzenie: pełna wartość własna $-12,6/\text{s} \checkmark$; p_{ss} nie zależy od I_x (skraca się), tylko od $C_{l\delta a}/C_{lp}$ i $2U/b$: $\frac{0,177}{0,5} \cdot \frac{110}{10,9} \cdot 0,175 = 0,62 \checkmark$.

Przykład 6.2

Spirala z przybliżenia

Policz wartość własną spirali z przybliżenia i porównaj z pełnym modelem.

- 1 Licznik: $L_\beta N_r - L_r N_\beta = (-32,0)(-1,04) - (2,65)(7,70) = 13,0$.
- 2 Mianownik: $L_p N_\beta - L_\beta N_p = (-12,6)(7,70) - (-32,0)(-0,546) = -114,6$.
- 3 $\lambda \approx (g/U) \cdot 13,0 / (-114,6) = 0,178 \cdot (-0,113) = -0,020/\text{s}$.

Wynik: $-0,020/\text{s}$ wobec $-0,019/\text{s}$ z pełnego modelu.

Sprawdzenie: znak liczy się z licznika; zmniejszając Γ , licznik maleje do zera przy ok. 3° i spirala staje się niestateczna, zgodnie z tabelą w części 3 ✓.

Przykład 6.3

Wejście w zakręt bez steru kierunku

Skok lotek 10° trwający 2 s, ster kierunku nieruchomy. Opisz odpowiedź.

- 1 Pierwsze 0,1 s: prędkość przechylania rośnie (mod przechylenia), nos odchyła się w lewo, przeciwnie do przechylania ($N_{\delta a} < 0$).
- 2 Przechylony samolot ześlizguje się w prawo (napływ z prawej): ślizg dochodzi do ok. 8° ; efekt wzniosu hamuje przechylanie: po 1 s $p \approx 17^\circ/\text{s}$ zamiast $36^\circ/\text{s}$.
- 3 Po puszczeniu lotek ślizg wygasa w holendrowaniu, a samolot zostaje w przechyleniu ok. 40° i wykonuje zakręt; przechylenie zmienia się już tylko powoli (spirala).

Wynik: zakręt „bez nogi” jest powolny i z dużym ślizgiem; pilot czuje go jako przesunięcie w bok w fotelu, a kulka zakrętomierza ucieka.

Sprawdzenie: ze sterem sprzężonym ($k = -0,36$) największy ślizg spada do $4,6^\circ$, a prędkość przechylania po 1 s rośnie z 17 do $25^\circ/\text{s}$ (symulacja 2) ✓.

Błędne intuicje, których trzeba się oduczyć

× „Lotkami się skręca.”

Lotkami się przechyla. Skręca siła nośna przechylona w bok, a ster kierunku koordynuje obrót samolotu z zakrzywieniem toru.

× „Im większy statecznik pionowy, tym stateczniejszy samolot.”

Lepiej tłumi holendrowanie, ale pogarsza spiralę. Liczy się proporcja stateczności kierunkowej do poprzecznej.

× „Spirala to przeciągnięcie w zakręcie.”

To powolny mod przy normalnym kącie natarcia: przechylenie narasta, nos opada, prędkość rośnie. Korkociąg to coś innego: ruch po przeciągnięciu, z autorotacją.

× „Holendrowanie to po prostu kołysanie na boki.”

To sprzężone odchylenie i przechylenie z przesunięciem fazowym: końcówki skrzydeł zakreślają elipsy, a nos „myszkuje”.

× „Ruch boczny można analizować osobno dla przechylania i odchylenia.”

Tylko w przybliżeniach. L_β , L_r , N_p i człon $g\varphi/U$ wiążą je tak silnie, że dwa z trzech modów to ruchy mieszane.

Zadania do przemyślenia

Te zadania wymagają więcej myślenia niż liczenia.

ZADANIA DO PRZEMYŚLENIA

5 zadań · ok. 1,5 godziny

- 1 **Awaria silnika.** W samolocie dwusilnikowym gaśnie lewy silnik. Jaki moment odchyłający powstaje i co musi zrobić pilot? Dlaczego istnieje minimalna prędkość, poniżej której nie da się utrzymać kierunku?

- 2 **Sprężenie bezwładnościowe.** W latach 50. samoloty odrzutowe o długich kadłubach i krótkich skrzydłach (np. X-3) przy szybkim przechylaniu nagle zmieniały kąt natarcia i ślizgu. Który człon z równań Eulera (lekcja 2 Bryła w 3D: tensor bezwładności, równania Eulera i oś pośrednia) za to odpowiada i dlaczego nasz model liniowy go nie widzi?
- 3 **Skos skrzydeł.** Skrzydło skośne ma efekt wzniosu rosnący z kątem natarcia (z C_L). Co to oznacza dla holendrowania przy podejściu do lądowania samolotu pasażerskiego?
- 4 **Kulka zakrętomierza.** W kokpicie jest kulka w zakrzywionej rurce (wskaźnik ślizgu). Pokaż, że w zakręcie skoordynowanym stoi ona na środku, a w ślizgu przesuwają się. Co ona mierzy w języku lekcji 3?
- 5 **Model boczny drona.** Kwadrokopter nie ma statecznika, wzniosu ani lotek. Które z trzech modów ma, a których nie, i dlaczego jego ruch boczny jest tak prosty w porównaniu z samolotem?

□□□ podstawowe □□□ średnie □□□ feynmanowskie

9 Sprawdź się

Odpowiedz w myślach, zanim rozwiniesz odpowiedź.

- 1 **Jakie są zmienne stanu ruchu bocznego?**
Ślizg β , prędkość przechylania p , prędkość odchyłania r , przechylenie φ (plus kurs ψ).
- 2 **Jakie trzy mody ma ruch boczny?**
Przechylenie (szybki, rzeczywisty, $\lambda \approx L_p$), spirala (wolny, rzeczywisty), holendrowanie (oscylacyjny).
- 3 **Jaki jest warunek stateczności spirali?**
 $L_\beta N_r - L_r N_\beta > 0$.
- 4 **Jak statecznik pionowy i wznios wpływają na spiralę i holendrowanie?**
Większy statecznik: lepsze holendrowanie, gorsza spirala. Większy wznios: lepsza spirala, gorsze holendrowanie.

5 Co to jest odchylenie przeciwne?

Obrót nosa przeciwny do przechylania przy wychyleniu lotek ($N_{\delta a} < 0$, z oporu indukowanego) i przy samym przechylaniu ($N_p < 0$).

6 Po co ster kierunku w zakręcie?

Żeby zrównoważyć odchylenie przeciwne i wytworzyć prędkość odchyłania $g \tan \varphi / U$ bez ślizgu.

MODEL I MODY

$$\dot{\beta} = \frac{Y_\beta}{U}\beta + \left(\frac{Y_r}{U} - 1\right)r + \frac{g}{U}\varphi$$

$$\dot{p} = L_\beta\beta + L_pp + L_rr + L_{\delta a}\delta_a + L_{\delta r}\delta_r, \dot{r} = N_\beta\beta + N_pp + N_rr + N_{\delta a}\delta_a + N_{\delta r}\delta_r$$

przechylenie $\lambda \approx L_p$; spirala $\lambda \approx$

$$\frac{g}{U} \frac{L_\beta N_r - L_r N_\beta}{L_p N_\beta - L_\beta N_p}$$

$$\text{holendrowanie: } \omega^2 \approx N_\beta\left(1 - \frac{Y_r}{U}\right) + \frac{Y_\beta}{U}N_r,$$

$$2\zeta\omega \approx -\left(\frac{Y_\beta}{U} + N_r\right)$$

STEROWANIE I ZAKRĘT

$$p_{ss} = -L_{\delta a}\delta_a/L_p$$

$$\dot{\psi} = g \tan \varphi / U; q = \dot{\psi} \sin \varphi, r = \dot{\psi} \cos \varphi$$

$$\text{znoszenie odchylenia przeciwnego: } \delta_r = -\frac{N_{\delta a}}{N_{\delta r}}\delta_a$$

nasz model: przechylenie $-12,6$; spirala

$-0,019$; holendrowanie $3,10 \text{ rad/s}$, $\zeta = 0,19$

Do przeczytania

- **Obowiązkowo:** E. H. J. Pallett, S. Coyle, *Automatic Flight Control*, rozdz. 1A, s. 23–26 (stateczność poprzeczna i kierunkowa, dywergencja spiralna, holendrowanie), opis bez wzorów.
- **Dla chętnych:** P. H. Zipfel, rozdz. 7.4.1 (pochodne boczne); A. Tewari, rozdz. 3.9 (ruch boczny i przykład myśliwca, z macierzami do porównania).

Wiemy, jakie mody ma samolot, i wiemy, że czasem natura daje za mało tłumienia. Następną lekcja dokłada pierwszą pętlę sprzężenia zwrotnego: tłumik odchylenia i pochylenia. Okaże się, że najprostszy pomysł, ster proporcjonalny do prędkości odchylenia, w zakręcie walczy z pilotem, i że rozwiązaniem jest filtr, który przepuszcza tylko zmiany.



Odpowiedzi

Zadania • część 1

1. $\dot{p} = L_\beta \beta = -32 \cdot 0,087 = -2,8 \text{ rad/s}^2$ (przechylenie w lewo, prawe skrzydło w górę); $\dot{r} = N_\beta \beta = 7,7 \cdot 0,087 = 0,67 \text{ rad/s}^2$ (nos w prawo, w stronę napływu). Oba ruchy usuwają ślizg: wiatrowskaz obraca nos, wznios podnosi skrzydło od strony napływu.
2. Prawe skrzydło opada: dostaje napływ od dołu, większy kąt natarcia, a siła nośna (prostopadła do lokalnego napływu) pochyla się do przodu. Lewe wznosi się: siła nośna pochyla się do tyłu. Para składowych w płaszczyźnie skrzydła obraca nos w lewo, czyli przeciwnie do przechylenia. Oszacowanie dla skrzydła: $C_{np} \approx -C_L/8 = -0,045$.
3. Przechyloną siłę nośną $L \approx mg$ ma składową poziomą $mg \sin \varphi \approx mg \varphi$, która przyspiesza samolot w bok: $\dot{v} = g \varphi$, a $\beta = v/U$, więc $\dot{\beta} = (g/U) \varphi = 0,178 \varphi$. Przy $\varphi = 10^\circ$ ślizg narasta o $1,8^\circ$ na sekundę, jeśli nos się nie obraca.

Zadania • część 2

1. $1 - e^{-t/\tau} = 0,95$, $t = 3\tau = 3 \cdot 0,079 = 0,24 \text{ s}$.
2. $\ln 2/0,019 = 36 \text{ s}$. Przez ten czas samolot wykona kawał zakrętu: spirala jest stateczna, ale pilot w chmurach jej nie czuje.
3. $\omega^2 = 7,70 \cdot 0,991 + 0,159 \cdot 1,04 = 7,79$, $\omega = 2,79 \text{ rad/s}$; $2\zeta\omega = 0,159 + 1,04 = 1,20$, $\zeta = 0,215$. Pełny model: 3,10 i 0,186. Model dwustanowy zaniża częstość i zawyża tłumienie, bo pomija sprzężenie z przechyleniem.

Zadania • część 3

1. $L_\beta N_r - L_r N_\beta = 33,3 - 20,4 = 13,0 > 0$: spirala stateczna, choć słabo (oba człony są tego samego rzędu).
2. $\ln 2/0,027 = 26 \text{ s}$. Przy dobrej widoczności pilot koryguje taki ruch odruchowo. W chmurach, bez przyrządów, nie zauważy go wcale, i dlatego wymagania dopuszczają lekką niestateczność spirali tylko z minimalnym czasem podwojenia (MIL-F-8785C: od 4 do 20 s, zależnie od poziomu jakości i fazy lotu).
3. Mały statecznik: słabe N_β i N_r , więc nos wolno wraca i słabo tłumি wahania, a duży wznios zamienia każdy ślizg w silne przechylenie, które znowu daje ślizg: oscylacja z małym tłumieniem. Duży statecznik z małym wzniosem: ślizg znika natychmiast, zanim wznios zdąży podnieść skrzydło, a L_r (zewnętrzne skrzydło w zakręcie szybsze) dalej przechyla samolot w zakręt: spirala.

Zadania • część 4

1. $p_{ss} = 45 \cdot 0,175/12,6 = 0,62 \text{ rad/s} = 36^\circ/\text{s}$; 30° w ok. 0,8 s plus 0,08 s rozpędzania. W symulacji bez steru kierunku po 1 s prędkość wynosi tylko ok. $17^\circ/\text{s}$: hamują ją odchylenie przeciwne i ślizg.
2. $N_{\delta a} + k N_{\delta r} = 0$: $k = -2,05/5,69 = -0,36$. Nie wystarczy: znosi tylko odchylenie przeciwne lotek, a w zakręcie potrzebna jest dodatkowo prędkość odchylania $g \tan \varphi/U$ i przewyciężenie N_p . Symulacja 2 (lotki przez 2 s): największy ślizg maleje z $7,8^\circ$ do $4,6^\circ$, ale nie do zera.

3. $\dot{\psi} = 9,81 \tan 30^\circ / 55 = 0,103 \text{ rad/s}$. W osiach ciała (lekcja 1 Orientacja w 3D: macierz obrotu, kąty Eulera, oś i kąt, kwaterniony, zadanie 2.4): $q = \dot{\psi} \sin \varphi = 0,052$, $r = \dot{\psi} \cos \varphi = 0,089 \text{ rad/s}$.

Zadania • część 5

1. $N_r \rightarrow N_r + N_{\delta r} K_r$. Podwojenie: $N_{\delta r} K_r = N_r$, czyli $K_r = -1,04 / (-5,69) = 0,18 \text{ rad steru na rad/s}$. Przy $r = 0,1 \text{ rad/s}$ ster wychyla się o ok. 1° .
2. Tak jak w lekcji 5 (zadanie 8.1): przy tym samym ciśnieniu dynamicznym prędkość rzeczywista rośnie, więc pochodne tłumiące, zawierające $b/(2U)$ (N_r , L_p), maleją, a sztywności (N_β) nie. Tłumienie holendrowania spada. Do tego samoloty odrzutowe mają skos skrzydeł, czyli duże $|L_\beta|$.

Zadania do przemyslenia

1. Ciąg prawego silnika na ramieniu od osi symetrii daje moment odchylający w lewo. Pilot musi go zrównoważyć sterem kierunku (i trochę lotkami z przechyleniem w stronę pracującego silnika, żeby zmniejszyć ślizg).
2. Moment steru rośnie jak $\bar{q} \propto U^2$, a moment silnika jest prawie stały (przy małej prędkości nawet większy). Poniżej pewnej prędkości (V_{MC} , minimalna prędkość sterowności) pełne wychylenie steru nie wystarcza i samolot obraca się w stronę martwego silnika.
1. Człony żyroskopowe: $(I_z - I_x)pr$ w równaniu pochylenia, $(I_y - I_z)qr$ w równaniu przechylenia i $(I_x - I_y)pq$ w równaniu odchylenia. Przy dużym p i bezwładności skupionej w kadłubie ($I_y, I_z \gg I_x$) samolot „chce” obracać się wokół osi o największym momencie, jak bryła z lekcji 2: ruch przechylenia przelewa się w pochylenie i odchylenie.
2. Model liniowy zakłada małe p , q , r , więc iloczyny pomija i rozdziela ruch podłużny od boczny. Przy szybkim przechyleniu to założenie się łamie; potrzebny jest pełny model 6 DOF (lekcja 10 Symulacja 6 stopni swobody: składamy samolot).
1. Przy małej prędkości C_L jest duże, więc $|L_\beta|$ rośnie, a N_β nie: proporcja przesuwana w stronę słabo tłumionego holendrowania.
2. Przy podejściu holendrowanie pogarsza się więc przez duże C_L , a w przelocie na dużej wysokości przez małą gęstość (zadanie 5.2). Tłumik odchylenia jest potrzebny w obu warunkach, a samoloty pasażerskie mają go zdublowanego. Pallett wymienia skos, duże obciążenie powierzchni, dużą wysokość i silniki pod skrzydłami jako typowe przyczyny holendrowania.
1. Kulka ustawia się wzdłuż siły właściwej w płaszczyźnie poprzecznej, czyli działa jak akcelerometr osi y : $f_y = Y/m$. W zakręcie skoordynowanym $Y = 0$ (wypadkowa w płaszczyźnie symetrii), więc kulka jest w środku.
2. W ślizgu siła boczna $Y_\beta \neq 0$ przesuwają kulkę. Pilot „nadeptuje na kulkę”: wychyla ster kierunku w stronę, w którą kulka uciekła.
1. Nie leci na skrzydłach, więc nie ma sprzężeń przez siłę nośną (L_β , L_r , $N_p \approx 0$) ani stateczności wiatrowskazowej. Przechylenie i odchylenie są prawie niezależne, a ich dynamika to bryła z małym tłumieniem aerodynamicznym, sterowana momentami wirników.
2. Brak naturalnej stateczności nadrabia regulator (części I–III automatyki). Samolot musi „zarządzać” sprzężeniami, które daje mu aerodynamika; dron ma ich mało, ale za wszystko płaci elektroniką.

Dynamika lotu • Lekcja 7: Ruch boczny • Źródła: E. H. J. Pallett, S. Coyle, *Automatic Flight Control* (Blackwell 1993, rozdz. 1A); P. H. Zipfel, *Modeling and Simulation of Aerospace Vehicle Dynamics* (AIAA 2000, rozdz. 7); A. Tewari, *Advanced Control of Aircraft, Spacecraft and Rockets* (Wiley 2011, rozdz. 3.9). Pochodne boczne oszacowane z geometrii (statecznik pionowy i wznios przyjęte), C_{lp} , $C_{l\dot{\alpha}}$, $C_{n\dot{\alpha}}$ przyjęte jako typowe dla samolotu lekkiego. Wszystkie liczby policzone na nowo (tools/verify/l7.py).