

Rakieta: orientacja i ciąg wektorowany

Samolot z lekcji 4–10 był statecznie stateczny: usterzenie ogonowe samo przywracało go do lotu prostego. Większość dużych rakiet nie ma usterzenia, a środek parcia leży przed środkiem masy, więc w atmosferze rakietka chce się obrócić bokiem do kierunku lotu. Utrzymuje ją wyłącznie sterowanie: wychylenie silnika o kilka stopni. Ta lekcja buduje model pochylenia rakiety w locie pierwszego stopnia, projektuje regulator, pokazuje, dlaczego jego wzmocnienia muszą się zmieniać w czasie lotu, co robi z rakieta wiatr na dużej wysokości i dlaczego giętki kadłub potrafi zdestabilizować dobry na papierze regulator.

CZAS

ok. 2 h teorii + ok.
2 h zadań

ZADANIA

14 zadań w treści
+ 5 do
przemyślenia, z
odpowiedziami

ŹRÓDŁA

A. Tewari,
*Atmospheric and
Space Flight
Dynamics*,
rozdział o
dynamice i
sterowaniu
rakiet; P. H.
Zipfel, *Modeling
and Simulation of
Aerospace Vehicle
Dynamics*; B. Wie,
*Space Vehicle
Dynamics and
Control*, rozdział o
sterowaniu
rakieta nośną

W TEJ LEKCJI

- 0 Prolog: ołówek na dłoni
- 1 Pochylenie rakiety w atmosferze
- 2 Dysza jako ster: regulator PD
- 3 Lot to nie jeden punkt: harmonogram wzmocnień
- 4 Wiatr i odciążenie
- 5 Giętki kadłub
- 6 Metoda i przykłady rozwiązań
- 7 Błędne intuicje
- 8 Zadania do przemyślenia
- 9 Sprawdź się
- 10 Karta wzorów i co dalej

Prolog: ołówek na dłoni

Postaw ołówek na dłoni ostrzem do góry. Przewraca się, chyba że ciągle przesuwasz dłoń pod środek masy. Rakieta bez usterzenia jest w podobnej sytuacji: siła aerodynamiczna działa przed środkiem masy i każdy kąt natarcia rośnie sam. Dłonią jest silnik na przegubie (kardanie) u dołu rakiety. Wychylenie dyszy o kąt δ daje siłę poprzeczną $T \sin \delta$ na ramieniu kilkudziesięciu metrów, i to wystarcza, żeby trzymać raketę na kursie.

Pierwsze rakiety (V-2, Redstone) miały stery gazowe w strumieniu wylotowym i duże stateczniki. Rakiety nośne od przełomu lat 50. i 60. wychylają cały silnik, a duże stateczniki zniknęły, bo przy prędkościach naddźwiękowych dają mało, a ważą i zwiększają opór. W tej lekcji używamy rakiety modelowej z lekcji astronautyki 4 Rakieta na orbitę: równanie raketowe, stopniowanie i zakręt grawitacyjny: dwa stopnie, ciąg pierwszego 7,6 MN, start z ładunkiem 15 t i odchyleniem $1,2^\circ$ w 10. sekundzie.

Pochylenie rakiety w atmosferze

Zajmujemy się samym obrotem wokół osi poprzecznej w krótkiej skali czasu (sekundy), przy którym tor lotu prawie się nie zmienia. Kąt pochylenia θ liczymy od kierunku toru nominalnego, więc kąt natarcia to $\alpha = \theta + \alpha_w$, gdzie α_w to kąt od wiatru poprzecznego. Siła normalna $N = qSC_{N\alpha}\alpha$ działa w środku parcia, w odległości $x_{cg} - x_{cp}$ przed środkiem masy; dysza wychylona o δ daje moment $Tl_c\delta$ na ramieniu l_c od środka masy do przegubu.

POCHYLENIE RAKIETY (BRYŁA SZTYWNA)

$$I\ddot{\theta} = qSC_{N\alpha}(x_{cg} - x_{cp})\alpha + Tl_c\delta \quad \Rightarrow \quad \ddot{\theta} = \mu_\alpha(\theta + \alpha_w) + \mu_c\delta,$$

$$\mu_\alpha = \frac{qSC_{N\alpha}(x_{cg} - x_{cp})}{I}, \quad \mu_c = \frac{Tl_c}{I}.$$

Gdy środek parcia leży przed środkiem masy ($\mu_\alpha > 0$), rakieta jest statycznie niestateczna: bez sterowania ma biegun $+\sqrt{\mu_\alpha}$.

Parametry rakiety modelowej (geometria założona): długość 48 m, średnica 3,66 m ($S = 10,5 \text{ m}^2$), $C_{N\alpha} = 2,5/\text{rad}$, środek parcia 12 m od nosa, środek masy przesuwają się z 28 na 24 m w miarę zużywania paliwa. Największe ciśnienie dynamiczne ($\max q$) 34,2 kPa przypada w 65. sekundzie, na wysokości 12,5 km, przy 492 m/s. Wtedy $\mu_\alpha = 0,213 \text{ 1/s}^2$, biegun niestabilny $+0,46 \text{ 1/s}$: błąd podwaja się co 1,5 s. Dysza daje $\mu_c = 2,76 \text{ 1/s}^2$ na radian wychylenia.

Współczynniki w kolejnych chwilach lotu pierwszego stopnia

t [s]	q [kPa]	μ_α [1/s ²]	biegun [1/s]	μ_c [1/s ²]
10	1,4	0,006	+0,08	1,61
30	13,2	0,064	+0,25	1,93
65 (max q)	34,2	0,213	+0,46	2,76
100	15,9	0,136	+0,37	4,23
140	1,0	0,014	+0,12	8,24

ZADANIA · CZĘŚĆ 1

3 zadania · ok. 20 min

1 Policz μ_α na max q: $q = 34,2$ kPa, $S = 10,52$ m², $C_{N\alpha} = 2,5$, $x_{cg} - x_{cp} = 14,2$ m, $I = 6,01 \cdot 10^7$ kg·m².

2 Ile trwa podwojenie błędu bez sterowania na max q? A w 10. sekundzie?

3 Jak zmienić konstrukcję, żeby $\mu_\alpha < 0$? Dlaczego rakiety nośne rzadko to robią?

▢▢▢ podstawowe ▢▢▢ średnie ▢▢▢ feynmanowskie

2 Dysza jako ster: regulator PD

Regulator PD na pomiarach z układu inercjalnego (żyroskopy) wychyla dyszę: $\delta = -K_p\theta - K_d\dot{\theta}$.
Równanie charakterystyczne zamkniętej pętli:

$$s^2 + \mu_c K_d s + (\mu_c K_p - \mu_\alpha) = 0 \quad \Rightarrow \quad K_p = \frac{\omega_n^2 + \mu_\alpha}{\mu_c}, \quad K_d = \frac{2\zeta\omega_n}{\mu_c}.$$

Warunek stabilności statycznej: $K_p > \mu_\alpha/\mu_c$ (dysza musi przewyciężyć niestabilność aerodynamiczną). Na max q, dla $\omega_n = 2$ rad/s i $\zeta = 0,7$: $K_p = 1,53$, $K_d = 1,02$ s; minimalne K_p to 0,077. Pasma 2 rad/s to kompromis: dużo powyżej bieguna niestabilnego (0,46), dużo poniżej pierwszej postaci zginania kadłuba (część 5) i pasma siłowników dyszy (kilkanaście-kilkadziesiąt rad/s).

Ile wychylenia potrzeba? Żeby zrównoważyć moment aerodynamiczny przy $\alpha = 2,5^\circ$ na max q, wystarczy $\delta = \mu_\alpha\alpha/\mu_c = 0,19^\circ$. Dysza wychyla się zwykle o $\pm 5-8^\circ$, więc zapas jest duży; ogranicza raczej szybkość wychylania i pasmo.

1 Policz K_p , K_d na max q dla $\omega_n = 2$ rad/s, $\zeta = 0,7$ ($\mu_\alpha = 0,213$, $\mu_c = 2,76$).

2 Co się dzieje dla $K_p < \mu_\alpha / \mu_c$, nawet z dużym K_d ?

3 Ile wychylenia dyszy równoważy kąt natarcia $2,5^\circ$ na max q ?

▢▢ podstawowe ▢▢ średnie ▢▢ feynmanowskie

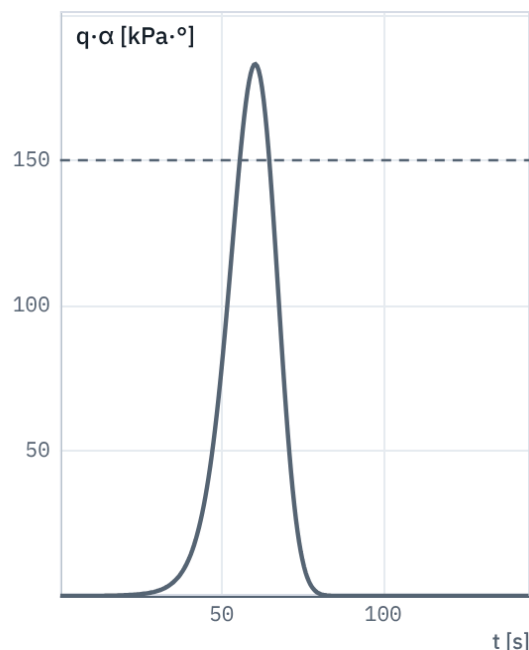
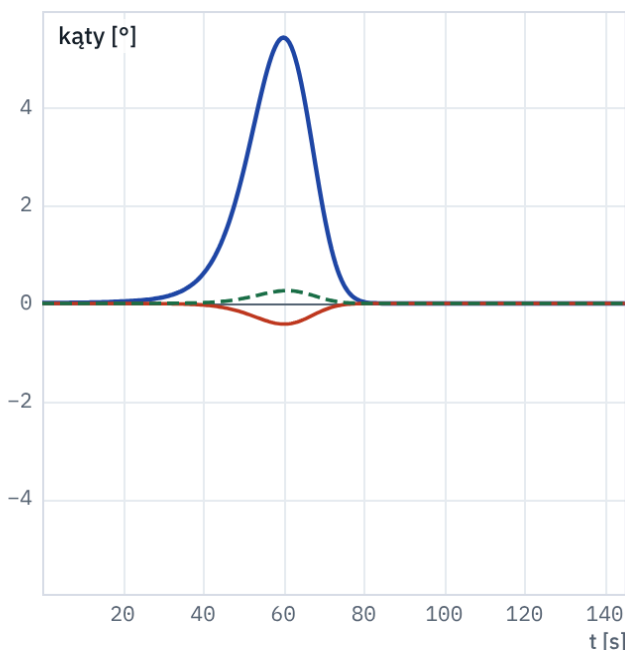
3 Lot to nie jeden punkt: harmonogram wzmocnień

Tabela z części 1 pokazuje problem: μ_α rośnie trzydzieści razy do max q i spada z powrotem, a μ_c rośnie pięć razy, bo rakieta traci masę (bezwładność spada z $9,6 \cdot 10^7$ do $2,2 \cdot 10^7$ kg·m²) przy tym samym ciągu. Wzmocnienia stałe, dobrane na max q , dają w 10. sekundzie $\omega_n = 1,57$ rad/s i $\zeta = 0,52$, a w 140. sekundzie bieguny $-6,4$ i $-2,0$: pasmo trzy razy szersze niż zaprojektowane. Samo w sobie to nie katastrofa; groźne staje się w połączeniu z filtrem przeciw zginaniu (część 5).

Rozwiązanie to **harmonogram wzmocnień** (automatyka, lekcja 3.3 Nieliniowa rzeczywistość: nasycenie, windup, feedforward i gain scheduling): $K_p(t)$ i $K_d(t)$ liczone z $\mu_\alpha(t)$ i $\mu_c(t)$ tak, żeby ω_n i ζ były stałe. W rakietach zmienną harmonogramu jest zwykle czas lotu albo zmierzona prędkość, bo przebieg lotu jest z góry zaplanowany; tabele wzmocnień liczy się dla kilkunastu chwil i interpoluje.

SYMULACJA 1

Cały lot pierwszego stopnia (146 s) przez prąd strumieniowy na 11 km. Lewy panel: kąt natarcia, wychylenie dyszy i pochylenie względem toru nominalnego. Prawy panel: obciążenie $q\alpha$ i jego dopuszczalna wartość (przyjęta). Porównaj utrzymanie orientacji z odciążeniem, harmonogram ze stałymi wzmocnieniami, różne pasma i siłę wiatru.



— kąt natarcia α — wychylenie dyszy δ — pochylenie θ (od toru nominalnego)
— $q \cdot \alpha$ i dopuszczalne 150 kPa $\cdot^\circ$

największe $q \cdot \alpha$ 183 kPa $\cdot^\circ$ ($t = 60$ s)

największe $|\alpha|$ 5,44 $^\circ$

największe $|\delta|$ 0,42 $^\circ$

największe $|\theta|$ 0,26 $^\circ$

Utrzymanie orientacji: rakietą „stoi” w wietrze, więc cały wiatr staje się kątem natarcia. $q \cdot \alpha = 183$ kPa $\cdot^\circ$ przekracza dopuszczalne obciążenie. Odciążenie skręca raketę w stronę wiatru.

Stan na rysunku: rakietą modelowa (astro 4), pochylenie $\theta'' = \mu_\alpha(\theta + \alpha_w) + \mu_c \delta$; wiatr 40 m/s na 11 km; PD $\omega_n = 2,0$ rad/s, $\zeta = 0,7$ (harmonogram); dysza $\pm 6^\circ$, $10^\circ/\text{s}$, stała czasowa 0,05 s; bez ruchu postępowego.

ZADANIA · CZĘŚĆ 3

3 zadania · ok. 25 min

1 Wzmocnienia z max q ($K_p = 1,53$, $K_d = 1,02$ s) w 140. sekundzie ($\mu_\alpha = 0,014$, $\mu_c = 8,24$).
■ Policz bieguny.

2 Dlaczego μ_c rośnie w czasie lotu, choć ciąg jest stały?

3 Z harmonogramem w 140. sekundzie: K_p , K_d ?

podstawowe średnie feynmanowskie

4 Wiatr i odciążenie

Prąd strumieniowy na wysokości ok. 10–12 km wieje z prędkością kilkudziesięciu metrów na sekundę, a rakieta przelatuje przez niego blisko max q . Wiatr poprzeczny w zmienia kąt natarcia o $\alpha_w = \arctan(w/V)$. W modelu: wiatr o maksimum 40 m/s na 11 km daje na max q $\alpha_w = 4,05^\circ$ i $q\alpha = 138 \text{ kPa}^\circ$. Obciążenie konstrukcji (moment zginający kadłub) jest proporcjonalne do $q\alpha$, więc to $q\alpha$, a nie samo α , jest ograniczeniem projektowym.

Regulator, który trzyma orientację, dodatkowo nieco *zwiększa* kąt natarcia: w stanie ustalonym $\alpha = \alpha_w \mu_c K_p / (\mu_c K_p - \mu_\alpha)$, czyli $4,27^\circ$ zamiast $4,05^\circ$. W symulacji całego lotu największe $q\alpha$ to 183 kPa° . **Odciążenie** (load relief) dodaje sprzężenie od kąta natarcia (w praktyce od akcelerometru poprzecznego): rakieta skręca w stronę wiatru, jak chorągiewka. Z $K_\alpha = 0,8 K_p$ największe $q\alpha$ spada do 99 kPa° , kąt natarcia do $3,0^\circ$, a rakieta odchyła się od toru nominalnego o $2,2^\circ$. To odchylenie musi potem poprawić naprowadzanie (lekcja 12 Naprowadzanie: trajektoria nominalna i śledzenie odchylek).

ZADANIA · CZĘŚĆ 4

3 zadania · ok. 25 min

1 Na max q (12,5 km, 492 m/s) wiatr ma 34,8 m/s. Policz α_w i $q\alpha_w$.

2 Wyprowadź $\alpha = \alpha_w \mu_c K_p / (\mu_c K_p - \mu_\alpha)$ w stanie ustalonym przy utrzymaniu orientacji i policz dla max q .

3 Przy odciążeniu największe wychylenie dyszy jest mniejsze ($0,21^\circ$ zamiast $0,42^\circ$), choć rakieta obraca się o ponad 2° . Dlaczego?

podstawowe średnie feynmanowskie

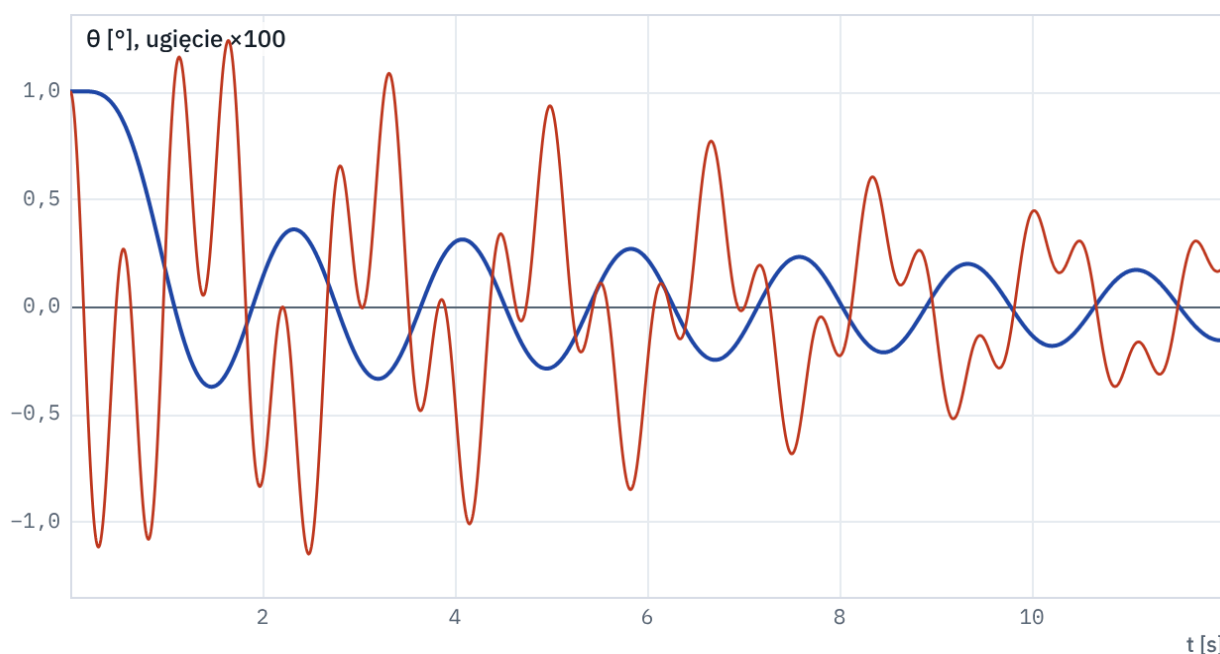
5 Giętki kadłub

Rakieta o długości 48 m i średnicy 3,7 m to cienkościenna rura: pierwsza postać zginania ma częstotliwość rzędu 1–3 Hz (tu przyjmujemy 1,8 Hz, czyli 11,3 rad/s, i tłumienie $\zeta = 0,01$). Żyroskop mierzy obrót przekroju, w którym jest zamocowany, więc widzi, oprócz obrotu bryły, lokalne nachylenie postaci zginania. Dysza wychylana na podstawie tego pomiaru pobudza

zginanie. Bez filtra wzmocnienie pętli zginania w rezonansie (dla wzmocnień z max q) wynosi ok. 3,6: postać jest niestabilna w każdej chwili lotu.

Dwa klasyczne sposoby. **Stabilizacja wzmocnieniem:** filtr dolnoprzepustowy (albo zaporowy) na pomiarach tłumi sygnał na częstotliwości zginania; filtr 5 rad/s tłumi go pięciokrotnie (-13 dB), ale na częstotliwości 2 rad/s opóźnia fazę o 25° . **Stabilizacja fazą:** żyroskop w miejscu, gdzie nachylenie postaci ma znak tłumiący (za jej strzałką); działa, dopóki kształt postaci jest dobrze znany, a ten zmienia się w miarę zużywania paliwa. Tu wraca harmonogram: z filtrem i stałymi wzmocnieniami pętla bryły sztywnej traci stabilność po ok. 100 s (bieguny $+0,56 \pm 4,2i$), bo pasmo rośnie i opóźnienie filtra staje się za duże. Z harmonogramem (i żyroskopem w położeniu z przeciwnym nachyleniem postaci) jest stabilna przez cały lot, choć z niewielkim zapasem.

SYMULACJA 2 Bryła sztywna i pierwsza postać zginania w wybranej chwili lotu, start z błędem 1° i małym ugięciem. Włączaj i wyłączaj filtr, harmonogram i położenie żyroskopu; przesuвай chwilę lotu.



— pochylenie θ (bryła sztywna) — ugięcie: pierwsza postać zginania

stan stabilny

μ_α, μ_c 0,136, 4,23 1/s²

Kp, Kd 0,98, 0,66 s

postać zginania 1,8 Hz, $\zeta = 0,01$

Stabilnie: filtr tłumi pomiar na częstotliwości zginania, a harmonogram trzyma pasmo bryły sztywnej ok. 2 rad/s.

Stan na rysunku: $t = 100$ s; bryła sztywna + pierwsza postać zginania 1,8 Hz ($\zeta = 0,01$, założona), nachylenie postaci w miejscu żyroskopu $-0,02$; dysza z opóźnieniem 0,05 s; start z błędem 1° i ugięciem.

- 1 Policz moduł i fazę filtra $H(s) = \omega_f^2 / (s^2 + 2\zeta_f \omega_f s + \omega_f^2)$, $\omega_f = 5$ rad/s, $\zeta_f = 0,5$, dla $\omega = 2$ i $11,3$ rad/s.

- 2 Dlaczego harmonogram wzmocnień poprawia też problem zginania?

▮▮▮ podstawowe ▮▮▮ średnie ▮▮▮ feynmanowskie

☰ METODA: PROJEKT STEROWANIA POCHYLENIEM RAKIETY

1. **Profil lotu:** $q(t), m(t), I(t), x_{cg}(t) \rightarrow \mu_\alpha(t), \mu_c(t)$.
2. **Regulator:** ω_n między biegunem niestabilnym a pierwszą postacią zginania; K_p, K_d z harmonogramu.
3. **Wiatr:** $q\alpha$ w najgorszym profilu wiatru; odciążenie, jeśli trzeba.
4. **Zginanie i ciecz:** filtr (wzmocnienie) albo położenie czujnika (faza); sprawdzić w każdej chwili lotu.

Przykład 6.1

Regulator na max q

Zaprojektuj PD na max q i sprawdź go na początku lotu.

- 1 $\mu_\alpha = 0,213, \mu_c = 2,76; \omega_n = 2, \zeta = 0,7; K_p = 1,53, K_d = 1,02 \text{ s}.$
- 2 W 10. sekundzie ($\mu_\alpha = 0,006, \mu_c = 1,61$): $s^2 + 1,64s + 2,46 = 0, \omega_n = 1,57, \zeta = 0,52.$

Wynik: na starcie trochę wolniej i słabiej tłumione, ale poprawnie.

Sprawdzenie: $K_p = 1,53 \gg \mu_\alpha / \mu_c$ w każdej chwili lotu, stabilność statyczna zachowana ✓.

Przykład 6.2

Prąd strumieniowy

Dopuszczalne obciążenie (przyjęte): $150 \text{ kPa} \cdot ^\circ$. Wiatr 40 m/s na 11 km . Czy wystarczy utrzymanie orientacji?

- 1 Utrzymanie orientacji: największe $q\alpha = 183 \text{ kPa} \cdot ^\circ$ (symulacja), przekroczone.
- 2 Odciążenie z $K_\alpha = 0,8K_p$: $99 \text{ kPa} \cdot ^\circ$, dysza do $0,21^\circ$, odchylenie od toru $2,2^\circ$.

Wynik: potrzebne odciążenie; w dniu startu można też dopasować program pochylenia do zmierzonego wiatru.

Sprawdzenie: sama ocena statyczna z wiatru na max q ($138 \cdot 4,27/4,05 = 146 \text{ kPa} \cdot ^\circ$) jest niższa niż wynik symulacji, bo najsilniejszy wiatr i max q nie wypadają w tej samej chwili, a w przejściu przez warstwę wiatru pojawia się przeregulowanie ✓.

Przykład 6.3

Wybór filtra

Postać zginania $11,3 \text{ rad/s}$, pasmo bryły 2 rad/s . Jaki filtr?

- 1 Bez filtra wzmocnienie pętli zginania $3,6$ przy niekorzystnej fazie: niestabilne.
- 2 Filtr 5 rad/s : -13 dB na zginaniu (wzmocnienie pętli $0,76 < 1$), -25° fazy przy 2 rad/s .
- 3 Z harmonogramem stabilne przez cały lot; ze stałymi wzmocnieniami niestabilne od ok. 100 s .

Wynik: filtr dolnoprzepustowy plus harmonogram; zapas fazy pozostaje mały, w praktyce dodaje się filtr zaporowy dokładnie na zginaniu.

Sprawdzenie: Symulacja 2 w 100. i 140. sekundzie, z filtrem, bez harmonogramu: drgania narastają z częstością ok. $4\text{--}5 \text{ rad/s}$, czyli bryły sztywnej, nie zginania ✓.

Błędne intuicje, których trzeba się oduczyć

× „Rakieta leci prosto, bo ciąg działa wzdłuż osi.”

Ciąg wzdłuż osi nie daje momentu; o stateczności decyduje położenie środka parcia względem środka masy, a w rakietach bez stateczników jest ono niekorzystne.

× „Do sterowania potrzeba dużego wychylenia dyszy.”

Ułamek stopnia równoważy moment aerodynamiczny; wychylenie ogranicza raczej szybkość i pasmo niż zakres.

× „Jeden dobry regulator wystarczy na cały lot.”

Współczynniki zmieniają się kilka do kilkudziesięciu razy; bez harmonogramu pasmo ucieka w stronę zginania i opóźnienia filtrów.

× „Najlepiej trzymać orientację jak najdokładniej.”

Na wietrze to maksymalizuje obciążenie konstrukcji; odciążenie celowo pozwala rakiecie skrócić w wiatr.

× „Żyroskop mierzy obrót rakiety.”

Mierzy obrót przekroju, w którym siedzi, razem z lokalnym nachyleniem zginającego się kadłuba.

Zadania do przemyślenia

Te zadania wymagają więcej myślenia niż liczenia.

ZADANIA DO PRZEMYŚLENIA

5 zadań · ok. 1,5 godziny

1 **Przelewające się paliwo.** Paliwo w zbiornikach ma własne mody drgań (ok. 1 Hz i mniej). Jak wpływa to na sterowanie i jak się z tym walczy?

2 **Kilka silników.** Rakieta z dziewięcioma silnikami może sterować przechyleniem (obrotem wokół osi podłużnej). Jak? Czego nie umie jeden silnik?

- 3 **Model bez ruchu postępowego.** Nasz model pomija zmianę toru lotu. Kiedy to uprawnione i co się zmienia po jej uwzględnieniu?
- 4 **Niepewność aerodynamiki.** $C_{N\alpha}$ i x_{cp} przy prędkościach okołodźwiękowych znane są z dokładnością kilkudziesięciu procent. Jaki zapas trzeba zaprojektować?
- 5 **Powrót stopnia.** Stopień wracający silnikami w dół (lądowanie na barce) leci tyłem. Czy jest statecznie stateczny?

▣▣ podstawowe ▣▣▣ średnie ▣▣▣▣ feynmanowskie

9 Sprawdź się

Odpowiedz w myślach, zanim rozwiniesz odpowiedź.

- 1 **Kiedy rakietę jest statycznie niestateczna?**

Gdy środek parcia leży przed środkiem masy: $\mu_\alpha > 0$, biegun $+\sqrt{\mu_\alpha}$.

- 2 **Jaki jest warunek stabilności statycznej z PD?**

$K_p > \mu_\alpha / \mu_c$.

- 3 **Dlaczego potrzebny jest harmonogram wzmocnień?**

μ_α i μ_c zmieniają się wielokrotnie w czasie lotu; stałe wzmocnienia przesuwają pasmo.

- 4 **Co jest miarą obciążenia od wiatru?**

$q\alpha$: siła normalna i moment zginający kadłub są do niego proporcjonalne.

- 5 **Na czym polega odciążenie?**

Sprężenie od kąta natarcia (akcelerometr) skręca raketę w stronę wiatru; mniejsze $q\alpha$ za cenę odchylenia od toru.

- 6 **Dwa sposoby na zginanie kadłuba?**

Stabilizacja wzmocnieniem (filtr) i fazą (położenie czujnika).

MODEL

$$\ddot{\theta} = \mu_\alpha(\theta + \alpha_w) + \mu_c \delta$$

$$\mu_\alpha = qSC_{N\alpha}(x_{cg} - x_{cp})/I, \mu_c = Tl_c/I$$

$$\alpha_w = \arctan(w/V); \text{ obciążenie } \propto q\alpha$$

REGULATOR

$$K_p = (\omega_n^2 + \mu_\alpha)/\mu_c, K_d = 2\zeta\omega_n/\mu_c$$

$$K_p > \mu_\alpha/\mu_c$$

$$\text{utrzymanie: } \alpha = \alpha_w \mu_c K_p / (\mu_c K_p - \mu_\alpha)$$

pasmo: biegun niestabilny $\ll \omega_n \ll$
zginanie

Do przeczytania

- **Obowiązkowo:** A. Tewari, *Atmospheric and Space Flight Dynamics* (Birkhäuser), rozdział o dynamice i sterowaniu rakiet; B. Wie, *Space Vehicle Dynamics and Control* (AIAA), rozdział o sterowaniu rakieta nośną (zginanie, ciecz, odciążenie).
- **Dla chętnych:** P. H. Zipfel, *Modeling and Simulation of Aerospace Vehicle Dynamics* (AIAA): pełne modele pocisków i rakiet w symulacji 6 DOF.

Regulator trzyma raketę na zadanej orientacji. Ale skąd wiadomo, jaka ma być ta orientacja w każdej sekundzie, i co robić, gdy wiatr albo słabszy silnik zepchnie raketę z planu? Ostatnia lekcja dynamiki lotu: naprowadzanie.



Odpowiedzi

Zadania · część 1

- $34\,200 \cdot 10,52 \cdot 2,5 \cdot 14,2/6,01 \cdot 10^7 = 0,213 \text{ 1/s}^2$.
- $\ln 2/\sqrt{\mu_\alpha}$: $0,693/0,46 = 1,5 \text{ s}$; w 10. sekundzie $0,693/0,078 = 8,9 \text{ s}$. Na starcie ciśnienie dynamiczne jest małe i rakieta jest prawie obojętna.
- Przesunąć środek parcia za środek masy stabilizatorami (statecznikami) z tyłu albo przesunąć masę do przodu. Stabilizatory, które wystarczą przy max q , są duże, ciężkie i dają dodatkowy opór, a sterowanie dyszą i tak jest potrzebne do kierowania lotem. Rakiety meteorologiczne i pociski, które nie mają ciągu wektorowanego, używają stateczników.

Zadania · część 2

- $K_p = (4 + 0,213)/2,76 = 1,53$; $K_d = 2,8/2,76 = 1,02 \text{ s}$.
- Wyraz wolny równania jest ujemny: jeden biegun rzeczywisty dodatni. Tłumienie nie pomoże, bo niestabilność jest statyczna: przy stałym θ moment aerodynamiczny przeważa nad momentem dyszy. Rakieta powoli „odpływa”.
- $\delta = 0,213 \cdot 2,5/2,76 = 0,19^\circ$.

Zadania · część 3

- $s^2 + 8,37s + 12,6 = 0$: $s = -6,4$ i $-2,0$. Pasma (najszybszy biegun) wzrosło z 2 do ponad 6 rad/s.
- Bezwładność maleje (rakieta traci ok. 70% masy) i ramię l_c rośnie, bo środek masy przesuwa się do przodu. $\mu_c = Tl_c/I$ rośnie z obu powodów.
- $K_p = (4 + 0,014)/8,24 = 0,49$; $K_d = 2,8/8,24 = 0,34 \text{ s}$: trzy razy mniej niż na max q .

Zadania · część 4

- $\arctan(34,8/492) = 4,05^\circ$; $34,2 \cdot 4,05 = 138 \text{ kPa}^\circ$.
- W stanie ustalonym $\ddot{\theta} = \dot{\theta} = 0$: $\mu_\alpha(\theta + \alpha_w) - \mu_c K_p \theta = 0$, więc $\theta = \mu_\alpha \alpha_w / (\mu_c K_p - \mu_\alpha)$ i $\alpha = \theta + \alpha_w = \alpha_w \mu_c K_p / (\mu_c K_p - \mu_\alpha) = 4,05 \cdot 4,22/4,01 = 4,27^\circ$. Rakieta odchyła się trochę od wiatru, bo dysza musi zrównoważyć moment aerodynamiczny, a do tego potrzebny jest błąd orientacji.
- Dysza głównie równoważy moment aerodynamiczny $\mu_\alpha \alpha$, a odciążenie zmniejsza α prawie o połowę. Sam obrót w stronę wiatru jest powolny (ok. 2° w kilkanaście sekund), więc potrzebne do niego przyspieszenie kątowe i wychylenie są znikome. Odciążenie przenosi koszt z konstrukcji na naprowadzanie, nie na siłowniki.

Zadania · część 5

- Dla 2 rad/s: $25/(21 + 10i)$: moduł 1,08, faza $-25,5^\circ$. Dla 11,3 rad/s: $25/(-103 + 56,5i)$: moduł 0,21 ($-13,4 \text{ dB}$), faza -151° .
- Wzmocnienie pętli zginania jest proporcjonalne do K_d (żyroskop prędkości). Harmonogram zmniejsza K_d trzykrotnie pod koniec lotu (z 1,02 do 0,34 s), więc i wzmocnienie pętli zginania spada z 3,6 do 1,2, a pasmo bryły sztywnej zostaje daleko od opóźnienia filtra.

Zadania do przemyślenia

1. 1. Masa cieczy przesuwająca się w zbiorniku działa jak wahadło sprzężone z rakietą: dodatkowa para biegunów blisko pasma regulatora, która może być niestabilna przy niekorzystnej fazie.
2. Środki: przegrody w zbiornikach (podnoszą tłumienie i częstotliwość), położenie zbiorników względem środka masy, uwzględnienie modu w projekcie (stabilizacja fazą).
2. 1. Silniki odsunięte od osi, wychylone stycznie w przeciwnych kierunkach, dają parę sił wokół osi podłużnej.
2. Jeden centralny silnik na kardanie daje tylko pochylenie i odchylenie; przechylenie wymaga osobnych silniczków (np. wylot turbopompy, silniczki sterujące).
3. 1. Zmiana kąta toru od siły poprzecznej, $\dot{\gamma} \approx (T \sin \alpha + N)/(mV)$ (bez grawitacji), jest powolna: przy $\alpha = 3^\circ$ na max q ok. 0,15°/s, wobec pasma 2 rad/s. Na skali sekund tor jest prawie stały.
2. W dłuższej skali tor skręca w stronę siły normalnej i kąt natarcia częściowo sam maleje; odciążenie to wykorzystuje. Pełny model (stany $\theta, \dot{\theta}, \gamma$ albo przemieszczenie poprzeczne) daje dodatkowy, wolny biegun „dryfu”.
4. 1. μ_α może być np. o 50% większe: K_p nadal musi przekraczać μ_α/μ_c z zapasem, a pasmo nie może spaść zbyt blisko bieguna niestabilnego.
2. Klasycznie: zapas wzmocnienia ok. 6 dB i fazy ok. 30° dla bryły sztywnej, sprawdzone w najgorszych kombinacjach (Monte Carlo jak w lekcji 10 Symulacja 6 stopni swobody: składamy samolot).
5. 1. Lecąc tyłem, „nosem” jest sekcja silników; środek parcia przesuwa się w jej stronę, a środek masy pustego stopnia leży nisko, przy silnikach. Statecznie bywa blisko obojętności.
2. Dlatego takie stopnie mają kratowe stery aerodynamiczne u góry: przesuwają środek parcia i dają sterowanie, gdy silniki nie pracują.

Dynamika lotu · Lekcja 11: Rakieta, orientacja i ciąg wektorowany · Źródła: A. Tewari, *Atmospheric and Space Flight Dynamics* (Birkhäuser); B. Wie, *Space Vehicle Dynamics and Control* (AIAA); P. H. Zipfel, *Modeling and Simulation of Aerospace Vehicle Dynamics* (AIAA). Rakieta modelowa z lekcji astronautyki 4; geometria, aerodynamika i postać zginania założone. Wszystkie liczby policzone na nowo (tools/verify/l11.py).