

Obserwator stanu i obserwowalność

Sprzężenie od stanu z lekcji 4.1 zakłada, że regulator zna cały stan. Barometr drona mierzy jednak tylko wysokość, a prędkości nie mierzy nic. Różniczkowanie zaszumionego pomiaru już raz nas zawiodło (lekcja 2.5). Ta lekcja pokazuje lepszy sposób: model obiektu działający równolegle z obiektem i korygowany pomiarem. To obserwator stanu, deterministyczny kuzyn filtra Kalmana. Zobaczmy też, kiedy pomiary w ogóle niosą informację o stanie.

CZAS

ok. 2 h teorii + ok.
2,5 h zadań

ZADANIA

11 zadań w treści
+ 5 do
przemyślenia, z
odpowiedziami

ŹRÓDŁA

K. J. Åström, R.
M. Murray,
Feedback Systems,
rozdz. 8; A.
Tewari, *Modern
Control Design
with MATLAB and
SIMULINK*, rozdz.
5.3; D. G.
Luenberger,
„Observing the
state of a linear
system” (1964)

W TEJ LEKCJI

- 0 Prolog: model, który patrzy przez ramię
- 1 Obserwator: model plus korekta
- 2 Szybki czy gładki?
- 3 Obserwowalność
- 4 Zasada separacji
- 5 Metoda i przykłady rozwiązane
- 6 Błędne intuicje
- 7 Zadania do przemyślenia
- 8 Sprawdź się
- 9 Karta wzorów i co dalej

Prolog: model, który patrzy przez ramię

Nawigator żaglowca nie miał GPS. Znał prędkość statku (z logu), kurs (z kompasu) i czas, więc co godzinę nanosił na mapę przewidywaną pozycję. Metoda nazywała się zliczeniem (ang. *dead reckoning*). Błędy się kumulowały, więc gdy tylko pokazał się znany ląd albo udał się pomiar wysokości gwiazdy, nawigator *poprawiał* pozycję na mapie, ale nie o całą różnicę, tylko rozsądnie, bo pomiar też był niedokładny.

W doktoracie na Stanfordzie (1963, artykuł w 1964 r.) David Luenberger zapisał tę samą ideę dla dowolnego układu liniowego: model przewiduje, pomiar koryguje. Dziś każdy dron, samolot i samochód autonomiczny ma w środku taki „model, który patrzy przez ramię” prawdziwego obiektu.

Pytanie na start. Dron ma tylko czujnik prędkości pionowej (np. radar dopplerowski skierowany w dół). Czy da się z niego odtworzyć wysokość? Odpowiedź w części 3.

Obserwator: model plus korekta

Obiekt $\dot{\mathbf{x}} = A\mathbf{x} + B\mathbf{u}$, pomiar $y = C\mathbf{x}$. Pomysł pierwszy: puścić równolegle kopię modelu $\dot{\hat{\mathbf{x}}} = A\hat{\mathbf{x}} + B\mathbf{u}$ z tym samym sterowaniem. Błąd $\mathbf{e} = \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$ spełnia wtedy $\dot{\mathbf{e}} = A\mathbf{e}$. Dla obiektu z całkowaniem (wysokość) zła wartość początkowa nigdy nie zniknie, a każde nieznane zakłócenie odkłada się na zawsze.

Pomysł drugi (Luenberger): dodać korektę proporcjonalną do tego, o ile przewidywany pomiar różni się od prawdziwego:

🔊 OBSERWATOR LUENBERGERA

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = A\hat{\mathbf{x}} + B\mathbf{u} + L(y - C\hat{\mathbf{x}}), \quad \dot{\mathbf{e}} = (A - LC)\mathbf{e}.$$

Błąd estymacji gaśnie z biegunami $A - LC$. Wybór L to lokowanie biegunów, tylko dla macierzy $A - LC$ zamiast $A - BK$.

Dla wysokości drona ($C = [1 \ 0]$, mierzymy z): $A - LC = \begin{bmatrix} -l_1 & 1 \\ -l_2 & -0,5 \end{bmatrix}$, wielomian $s^2 + (0,5 + l_1)s + (0,5l_1 + l_2)$. Dla $\omega_0 = 6 \text{ rad/s}$, $\zeta = 0,7$: $l_1 = 7,9$, $l_2 = 32,05$. W kodzie to kilka linijek:

```
e = y - zh                                     # innowacja: pomiar minus przewidywanie
zh += dt * (vh + l1 * e)
vh += dt * (-0.5 * vh + u + l2 * e)
```

1 Wyprowadź $\dot{e} = (A - LC)e$.

2 Dobierz L dla obserwatora wysokości z biegunami -4 i -5 .

3 Porównaj lokowanie biegunów regulatora $(A - BK)$ i obserwatora $(A - LC)$. Jakim przekształceniem jedno zamienia się w drugie?

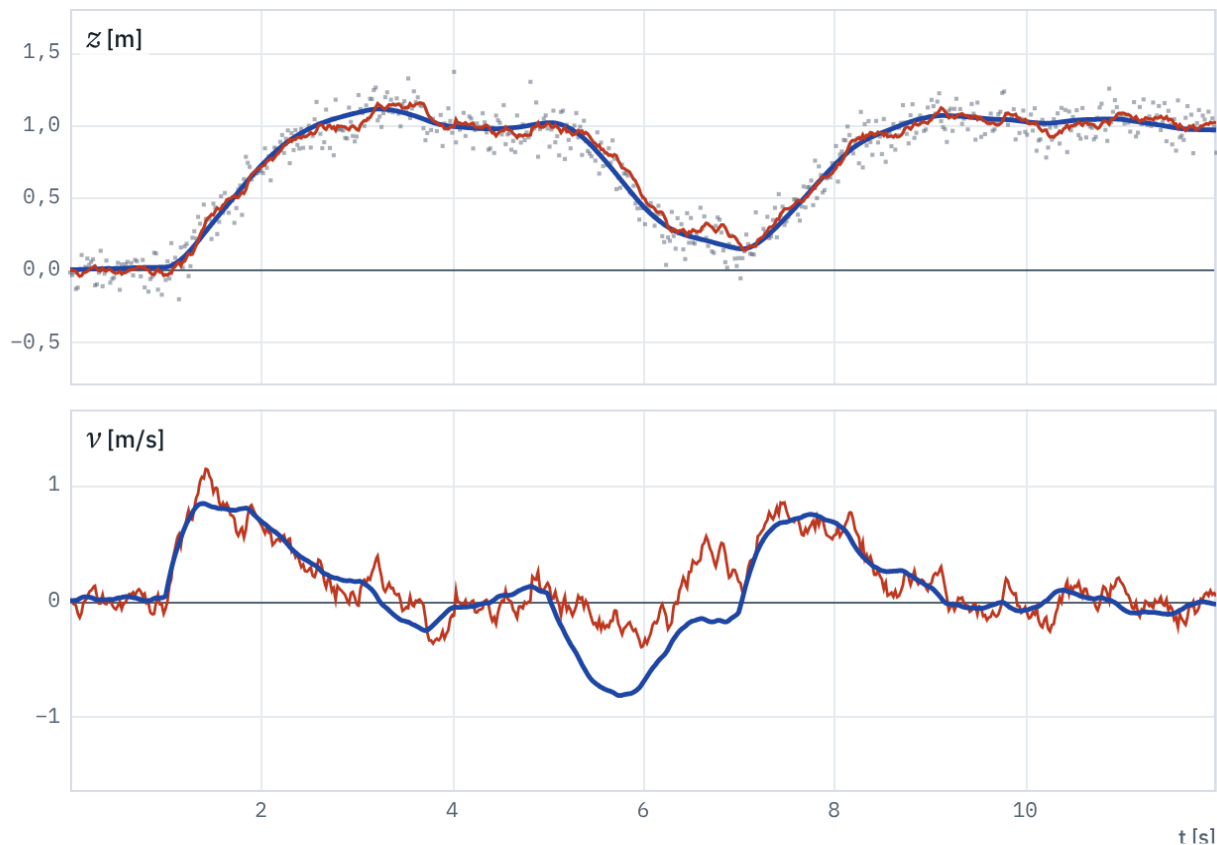
▀▀▀ podstawowe ▀▀▀ średnie ▀▀▀ feynmanowskie

2 Szybki czy gładki?

Jak szybkie powinny być bieguny obserwatora? Duże L to szybka korekta: estymata szybko nadąża za zakłóceniami, o których model nie wie (podmuch, paczka). Ale duże L to też silna reakcja na szum pomiaru. Małe L daje estymatę gładką, ale spóźnioną. To znowu kompromis z lekcji 2.5: obserwator jest filtrem, a jego pasmo trzeba dobrać do szumu i zakłóceń.

Typowa reguła: bieguny obserwatora 2–5 razy szybsze od biegunów regulatora, a potem sprawdzenie w symulacji z szumem. Optymalny wybór L , gdy znamy statystykę szumu pomiaru i zakłóceń, daje filtr Kalmana (lekcja 4.4 Filtr Kalmana).

SYMULACJA 1 Dron z regulatorem PD ($K = [4; 2,3]$) sterowanym estymatą obserwatora. Barometr co 0,02 s z szumem. Skok wartości zadanej w $t = 1$ s, podmuch -2 N w 5–7 s, o którym model nie wie. Zmieniaj szybkość obserwatora od 1 do 60 rad/s i patrz na błąd prędkości, szarpanie sterowania i spadek przy podmuchu. Porównaj z regulatorem sterowanym prawdziwym stanem.



— prawdziwy stan — estymata obserwatora — pomiar barometru

$L = [l_1, l_2]$ 7,94; 32,3

RMS błędu prędkości 0,228 m/s

szarpanie sterowania (RMS skoków) 0,010 N

najniższa wysokość przy podmuchu 0,14 m

Obserwator kilka razy szybszy od regulatora: estymata nadąża za zakłóceniem, a szum jest jeszcze stłumiony. Optymalny kompromis przy znanym szumie da filtr Kalmana (lekcja 4.4).

Stan na rysunku: obserwator $\omega_0 = 6,0$ rad/s, $\zeta = 0,7$; $\sigma = 0,10$ m co 0,02 s; regulator PD $K = [4; 2,3]$ od estymaty; skok 1 m w $t = 1$ s, podmuch -2 N w 5–7 s.

ZADANIA · CZĘŚĆ 2

3 zadania · ok. 25 min

- Prędkość z różnicy dwóch pomiarów barometru ($\sigma = 0,1$ m, co 0,02 s) ma odchylenie ok. 7 m/s. Obserwator z $\omega_0 = 6$ rad/s ma błąd prędkości ok. 0,2 m/s. Skąd taka różnica?

2 W symulacji 1 porównaj obserwatory 2, 6, 20 i 60 rad/s. Który ma najmniejszy błąd prędkości? Który najlepiej radzi sobie z podmuchem?

3 Dlaczego wolny obserwator tak źle znosi podmuch, skoro szum nie jest tu przyczyną?

▀▀▀ podstawowe ▀▀▀ średnie ▀▀▀ feynmanowskie

3 Obserwowalność

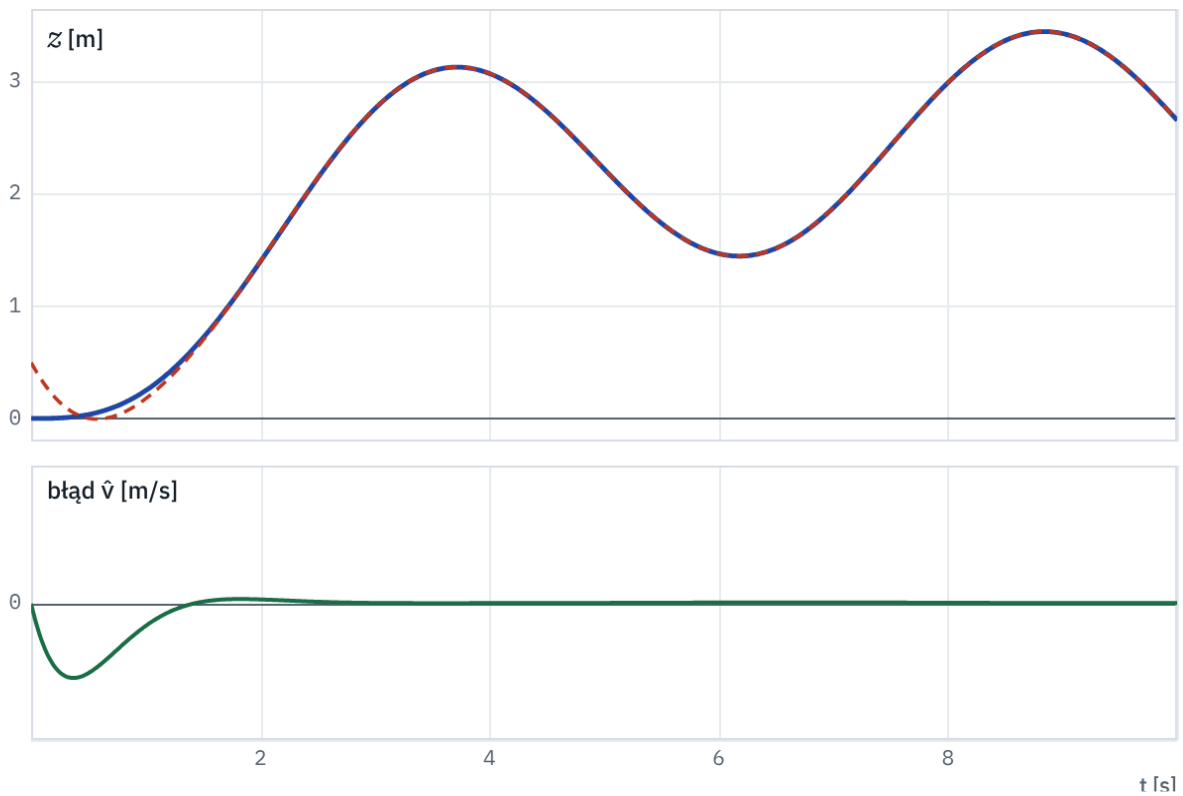
Kiedy obserwator się nie uda? Wtedy, gdy jakaś zmiana stanu nie zmienia pomiarów, ani teraz, ani później. Test jest dualny do sterowalności. Układ jest **obserwowalny**, gdy pomiar i jego kolejne pochodne ($C\mathbf{x}$, $CA\mathbf{x}$, $CA^2\mathbf{x}$, ...) wyznaczają cały stan: Åström-Murray 8.1

$$W_o = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix}, \quad \text{obserwowalny} \iff \text{rank } W_o = n.$$

Odpowiedź na pytanie z prologu. Barometr ($C = [1 \ 0]$): $W_o = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, rząd 2, wysokość i prędkość są obserwowalne. Sam czujnik prędkości ($C = [0 \ 1]$): $W_o = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -0,5 \end{bmatrix}$, rząd 1. Przesunięcie całego toru lotu o stałą wysokość nie zmienia żadnego pomiaru prędkości, więc nie ma sposobu, by je wykryć. Dlatego dron z przepływem optycznym potrzebuje jeszcze dalmierza albo barometru.

SYMULACJA 2

Obserwator startuje z błędną wysokością. Z barometrem błąd gaśnie. Z samym czujnikiem prędkości estymata prędkości jest dobra, ale błąd wysokości zostaje na zawsze, niezależnie od tego, jak dron lata.



— prawdziwa wysokość — estymata wysokości — błąd estymaty prędkości

macierz obserwowalności $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, rząd 2

błąd wysokości po 10 s 0,000 m

Barometr widzi wysokość, a z jej zmian obserwator odtwarza prędkość: oba błędy gasną. Układ jest obserwowalny.

Stan na rysunku: czujnik wysokości ($L = [3,7; 7,15]$, bieguny $\omega_0 = 3$, $\zeta = 0,7$); błąd początkowy 0,50 m; sterowanie $u = 1,5 \sin(1,2t)$.

ZADANIA · CZĘŚĆ 3

3 zadania · ok. 20 min

- 1 Dron w płaszczyźnie (lekcja 4.1) ma tylko żyroskop ($y = \dot{\theta}$). Czy kąt θ jest obserwowalny? A położenie x ?
- 2 Ten sam dron z hipotetycznym czujnikiem poziomego przyspieszenia w układzie ziemskim, $y = \ddot{x} = g\theta$ (np. z kamery śledzącej drona; zwykły akcelerometr na pokładzie mierzy co innego, lekcja 4.5). Co jest obserwowalne?

- 3 Czy obiekt nieobserwowalny może mieć sensowny obserwator? (Por. stabilizowalność w lekcji 4.1.)

podstawowe średnie feynmanowskie

4 Zasada separacji

Regulator $u = -K\hat{\mathbf{x}}$ steruje estymatą, a nie prawdziwym stanem. Czy to nie psuje biegunów, które tak starannie ustawiliśmy? Zapiszmy cały układ w zmiennych $\mathbf{x}$ i $\mathbf{e} = \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - BK & BK \\ 0 & A - LC \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{e} \end{bmatrix}.$$

Macierz jest blokowo trójkątna, więc jej wartości własne to wartości własne $A - BK$ i $A - LC$: **bieguny regulatora i obserwatora po prostu się sumują**. Regulator i obserwator można więc projektować osobno. To zasada separacji. Uwaga: dotyczy biegunów przy dokładnym modelu. Odporność całości na błędy modelu to osobna sprawa, do której wrócimy w lekcji 5.2 LQG i odporność.

ZADANIA · CZĘŚĆ 4

2 zadania · ok. 15 min

- 1 Regulator wysokości $K = [4; 2, 3]$, obserwator z $\omega_0 = 6$, $\zeta = 0,7$. Gdzie są bieguny całego układu?

- 2 Wyprowadź równanie $\dot{\mathbf{x}} = (A - BK)\mathbf{x} + BK\mathbf{e}$.

podstawowe średnie feynmanowskie

☰ METODA: REGULATOR Z OBSERWATOREM

1. **Obserwowalność:** rank $W_o = n$ dla dostępnych czujników; jeśli nie, dołóż czujnik.
2. **Regulator:** K z lokowania biegunów (lekcja 4.1) albo LQR (lekcja 4.3).
3. **Obserwator:** bieguny $A - LC$ 2-5 razy szybsze od regulatora; `L = place(A.T, C.T, p).T`.
4. **Separacja:** bieguny całości to suma obu zestawów.
5. **Sprawdzenie:** symulacja z szumem pomiaru i zakłóceniami nieznanymi modelowi.

Przykład 5.1

Prędkość z barometru

Wysokość drona, barometr $\sigma = 0,1$ m co 0,02 s. Zaprojektuj obserwator 3-4 razy szybszy niż regulator PD z biegunami $\omega_0 = 2$.

- 1 Regulator: $\omega_0 = 2$ rad/s; obserwator $\omega_0 = 6$ rad/s, $\zeta = 0,7$: $s^2 + 8,4s + 36$.
- 2 $l_1 = 8,4 - 0,5 = 7,9$, $l_2 = 36 - 0,5 \cdot 7,9 = 32,05$.
- 3 Symulacja: błąd prędkości ok. 0,2 m/s (RMS), różniczkowanie barometru dałoby ok. 7 m/s.

Wynik: $L = [7,9; 32,05]$; estymata prędkości ok. 35 razy dokładniejsza niż różnica pomiarów.

Sprawdzenie: wartości własne $A - LC$ to $-4,2 \pm 4,29j \checkmark$.

Przykład 5.2

Za wolny obserwator

Ten sam układ z obserwatorem $\omega_0 = 2 \text{ rad/s}$ ($L = [2,3; 2,85]$). Co się dzieje przy podmuchu -2 N przez 2 s ?

- 1 Regulator z prawdziwym stanem: dron opada z 1 m do ok. $0,48 \text{ m}$.
- 2 Z wolnym obserwatorem: do ok. $-0,66 \text{ m}$, czyli ponad $1,6 \text{ m}$ spadku (dron uderzyłby w ziemię).
- 3 Z obserwatorem 6 rad/s : do ok. $0,17 \text{ m}$; 20 rad/s : do ok. $0,40 \text{ m}$.

Wynik: obserwator nie szybszy od regulatora psuje regulację mocniej niż szum.

Sprawdzenie: zasada separacji mówi o biegunach, nie o zakłóceniach nieznanych modelowi; tutaj liczy się szybkość korekty ✓.

6 Błędne intuicje, których trzeba się oduczyć

× „Obserwator to filtr, który wygładza pomiar.”

Robi więcej: odtwarza wielkości, których w ogóle nie mierzymy (prędkość z wysokości), korzystając z modelu.

× „Im szybszy obserwator, tym lepiej.”

Szybki obserwator przepuszcza szum pomiaru. Optimum zależy od szumu i zakłóceń.

× „Zasada separacji gwarantuje, że regulator z obserwatorem działa tak samo jak z pełnym stanem.”

Gwarantuje te same bieguny przy idealnym modelu. Odpowiedź na zakłócenia i odporność na błędy modelu mogą być gorsze.

× „Więcej czujników zawsze pomaga.”

Czujnik, który mierzy tylko kombinację już obserwowalnych stanów, nie poprawia obserwowalności. Liczy się, co mierzy, a nie ile ich jest.

✖ „Skoro obserwator ma model, nie potrzebuje sterowania u .”

Potrzebuje: bez Bu w modelu każda zmiana sterowania wyglądałaby jak zakłócenie i obserwator byłby stale spóźniony.

7 Zadania do przemyślenia

Te zadania wymagają więcej myślenia niż liczenia.

ZADANIA DO PRZEMYŚLENIA

5 zadań · ok. 1,5 godziny

- 1 **Estymowanie zakłócenia.** Dołóż do modelu wysokości trzeci stan: nieznaną stałą siłę F ($\dot{F} = 0$). Czy rozszerzony układ jest obserwowalny z barometru? Do czego to się przyda?
- 2 **Nawigator i dryf.** Zliczanie drogi (dead reckoning) to obserwator z $L = 0$ między pomiarami łądu. Dlaczego błąd pozycji rośnie, a nie zostaje stały?
- 3 **Obserwator zredukowanego rzędu.** Barometr mierzy z dokładnie (pomiń szum). Czy trzeba estymować obie zmienne? Zaproponuj estymator tylko prędkości.
- 4 **Obserwowalność orbity.** Radar mierzy tylko odległość do satelity, nie kierunek. Czy z serii pomiarów odległości da się wyznaczyć orbitę? Od czego to zależy?
- 5 **Czy obserwator może zdestabilizować pętlę?** Według zasady separacji nie. Podaj realistyczny powód, dla którego w praktyce pętla z obserwatorem może się rozkołysać.

▢▢▢ podstawowe ▢▢▢ średnie ▢▢▢ feynmanowskie

8 Sprawdź się

Odpowiedz w myślach, zanim rozwiniesz odpowiedź.

- 1 Jak wygląda równanie obserwatora?

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = A\hat{\mathbf{x}} + Bu + L(y - C\hat{\mathbf{x}}).$$

2 Jaka dynamikę ma błąd estymacji?

$$\dot{e} = (A - LC)e.$$

3 Jak sprawdzić obserwowalność?

$$\text{rank}[C; CA; \dots; CA^{n-1}] = n.$$

4 Czy wysokość jest obserwowalna z samego czujnika prędkości?

Nie: stałe przesunięcie wysokości nie zmienia żadnego pomiaru.

5 Co to zasada separacji?

Bieguny układu z regulatorem i obserwatorem to suma biegunów $A - BK$ i $A - LC$.

6 Jaki kompromis rządzi wyborem L ?

Szybkość nadążania za zakłóceniami kontra przepuszczanie szumu pomiaru.

7 Co to dualność?

Obserwator dla (A, C) to lokowanie biegunów dla (A^T, C^T) .

OBSERWATOR

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = A\hat{\mathbf{x}} + Bu + L(y - C\hat{\mathbf{x}})$$

$$\dot{\mathbf{e}} = (A - LC)\mathbf{e}; \quad L = \text{place}(A.T, C.T, p).T$$

wysokość drona: $s^2 + (0,5 + l_1)s + (0,5l_1 + l_2)$

bieguny obserwatora 2–5× szybsze od regulatora

OBSERWOWALNOŚĆ I SEPARACJA

$$W_o = [C; CA; \dots; CA^{n-1}],$$

obserwowalny $\iff \text{rank } W_o = n$

$$u = -K\hat{\mathbf{x}}: \text{bieguny} = \text{eig}(A - BK) \cup \text{eig}(A - LC)$$

rozszerzenie o zakłócenie: $\dot{\hat{F}} = 0$

Do przeczytania

- **Obowiązkowo:** K. J. Åström, R. M. Murray, *Feedback Systems*, rozdz. 8 (obserwowalność i estymacja stanu).
- **Dla chętnych:** A. Tewari, *Modern Control Design with MATLAB and SIMULINK*, rozdz. 5.3 (obserwatory, przykłady lotnicze); D. G. Luenberger, „Observing the state of a linear system”, *IEEE Trans. Military Electronics* 8 (1964).

Wybór biegunów, zarówno regulatora, jak i obserwatora, był dotąd sztuką: „2–5 razy szybciej”, „para dominująca z wymagań”. Następna lekcja zastępuje te reguły kciuka jednym pytaniem: ile kosztuje uchyb, a ile sterowanie? Odpowiedź daje regulator LQR, a dualne pytanie o obserwator prowadzi do filtru Kalmana.



Odpowiedzi

Zadania · część 1

1. $\dot{e} = A\mathbf{x} + Bu - A\hat{\mathbf{x}} - Bu - L(C\mathbf{x} - C\hat{\mathbf{x}}) = (A - LC)(\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}})$. Sterowanie się skraca, więc błąd nie zależy od u .
2. $s^2 + 9s + 20: 0,5 + l_1 = 9, l_1 = 8,5; 0,5 \cdot 8,5 + l_2 = 20, l_2 = 15,75$.
3. Wartości własne $A - LC$ i $(A - LC)^T = A^T - C^T L^T$ są te same. To lokowanie biegunów dla „obiektu” $A^T, B' = C^T$ ze wzmocnieniem L^T . Dlatego w Pythonie `L = control.place(A.T, C.T, p).T`. Ta symetria nazywa się dualnością.

Zadania · część 2

1. Różnica dwóch pomiarów korzysta tylko z dwóch próbek i dzieli szum przez małe Δt . Obserwator uśrednia wiele pomiarów (jest filtrem dolnoprzepustowym o paśmie ok. 6 rad/s) i dodatkowo wie z modelu, jak prędkość może się zmieniać.
2. Błąd prędkości (python-control, inne ziarno szumu): ok. 0,50; 0,21; 0,62; 2,9 m/s, czyli najmniejszy przy ok. 6 rad/s. Podmuch: im szybszy obserwator, tym bliżej regulatora z prawdziwym stanem (najniższy punkt 0,48 m). Obserwator 2 rad/s jest tak spóźniony, że dron opada poniżej zera. Najlepszy kompromis leży pośrodku.
3. Model w obserwatorze nie zna siły podmuchu, więc przewiduje, że dron leci zgodnie z poleceniem. Rozbieżność z pomiarem koryguje dopiero człon $L(y - C\hat{\mathbf{x}})$, a przy małym L trwa to sekundy. Regulator przez ten czas steruje według złego obrazu.

Zadania · część 3

1. $C = [0 \ 0 \ 0 \ 1]$, $CA = 0$ (bo $\dot{\theta}$ zależy tylko od u). W_o ma rząd 1: ani kąt, ani położenie nie są obserwowalne. Żyroskop mierzy tylko tempo obrotu, a stały kąt jest dla niego niewidoczny. Stąd dryf całkowania żyroskopu (lekcja 4.5 Rozszerzony filtr Kalmana i fuzja czujników w jednej osi).
2. $C = [0 \ 0 \ g \ 0]$, $CA = [0 \ 0 \ 0 \ g]$, $CA^2 = 0$. Rząd 2: obserwowalne są θ i $\dot{\theta}$, nie x ani $\dot{x}$. Do położenia potrzeba czujnika położenia (GPS, kamera).
3. Tak, jeśli nieobserwowalne mody są stabilne: błąd w nich zgaśnie sam, choć w tempie narzuconym przez obiekt. To wykrywalność (ang. *detectability*). Całkowanie (biegun w zerze) nie jest stabilne, dlatego wysokość z samej prędkości jest beznadziejna.

Zadania · część 4

1. $-1,4 \pm 1,43j$ (regulator) i $-4,2 \pm 4,29j$ (obserwator).
2. $u = -K\hat{\mathbf{x}} = -K(\mathbf{x} - \mathbf{e})$, więc $\dot{\mathbf{x}} = A\mathbf{x} - BK\mathbf{x} + BKe$.

Zadania do przemyslenia

1. $\dot{z} = v, \dot{v} = -0,5v + u + F, \dot{F} = 0, y = z$. $W_o: C = [1 \ 0 \ 0], CA = [0 \ 1 \ 0], CA^2 = [0 \ -0,5 \ 1]$: rząd 3, obserwowalny.
2. Obserwator estymuje siłę paczki czy wiatru. Regulator może ją skompensować wprost: $u = -K\hat{\mathbf{x}} - \hat{F}$. To alternatywa dla członu całkującego (ang. *disturbance observer*).

2. 1. Pozycja to całka prędkości; błąd prędkości (log, prądy) całkuje się w rosnący błąd pozycji. Przy $L = 0$ błąd spełnia $\dot{e} = Ae$ plus niemodelowane wymuszenia; całkowanie nie gasi niczego.
2. Każdy pomiar łądu to chwilowe $L \neq 0$, które ściąga błąd w dół. Nowoczesna wersja: GPS koryguje nawigację inercyjną (lekcja 4.4 Filtr Kalmana).
3. 1. Nie: z znamy, estymujemy tylko v . Z $\dot{z} = v$ mamy „pomiar” v jako pochodną z , ale unikamy różniczkowania podstawieniem $w = \hat{v} - lz$.
2. Chcemy $\dot{\hat{v}} = -0,5\hat{v} + u + l(\dot{z} - \hat{v})$. Z $w = \hat{v} - lz$ pochodna $\dot{z}$ się skraca: $\dot{w} = -(0,5 + l)\hat{v} + u$, a $\hat{v} = w + lz$. Błąd $v - \hat{v}$ gaśnie z biegunem $-(0,5 + l)$. To obserwator Luenbergera zredukowanego rzędu: przydatny przy dokładnych czujnikach, wrażliwy na szum.
4. 1. Pojedynczy pomiar nie, ale ruch po orbicie zmienia odległość w sposób zależny od wszystkich elementów orbity: z serii pomiarów (i modelu dynamiki) orbita jest zwykle obserwowalna, z wyjątkiem symetrii (np. obrót orbity wokół linii radar-Ziemia daje te same odległości).
2. Obserwowalność zależy od geometrii i czasu obserwacji. Dlatego używa się kilku stacji albo pomiaru prędkości radialnej (Dopplera). Temat wraca w kursie astronautyki.
5. 1. Błąd modelu: jeśli obiekt różni się od modelu w obserwatorze (masa, opóźnienie, nieuwzględniona dynamika), macierz przestaje być trójkątna i bieguny się „mieszają”.
2. Opóźnienie pomiaru (barometr co 20 ms z filtrem) też psuje założenia. Zapas odporności regulatora z obserwatorem bywa dużo mniejszy niż z pełnym stanem: słynny kontrprzykład Doyle’a w lekcji 5.2 LQG i odporność.

Automatyka · Lekcja 4.2: Obserwator stanu · Źródła: K. J. Åström, R. M. Murray, *Feedback Systems* (Princeton 2008), rozdz. 8; A. Tewari, *Modern Control Design with MATLAB and SIMULINK* (Wiley 2002); D. G. Luenberger, *IEEE Trans. Military Electronics* 8 (1964). Wszystkie liczby policzone na nowo (tools/verify/c4_2.py).