

Strojenie: model z testu, reguły nastaw i regulacja kaskadowa

W lekcji 3.1 dobieraliśmy nastawy PID z dokładnego modelu. W praktyce modelu zwykle nie ma: jest piec, zbiornik albo silnik i kilka minut na test. Ta lekcja to warsztat inżyniera uruchomieniowego. Pokazuje, jak zrobić test skokowy albo przekąźnikowy, jak z trzech liczb K , τ , θ policzyć nastawy i czym różnią się reguły sprzed 80 lat od współczesnych. Pokazuje też, jak rozbić jedną trudną pętlę na kaskadę dwóch łatwych.

CZAS

ok. 2,5 h teorii +
ok. 3 h zadań

ZADANIA

15 zadań w treści
+ 5 do
przemyślenia, z
odpowiedziami

ŹRÓDŁA

G. C. Goodwin i in., *Control System Design*, rozdz. 6.3–6.5 i 10.9; J. Kowal, *Podstawy automatyki*, rozdz. 9.3; S. Skogestad, „Simple analytic rules for model reduction and PID controller tuning” (2003); K. J. Åström, T. Hägglund, *Advanced PID Control*, rozdz. 6–7

W TEJ LEKCJI

- 0 Prolog: dwóch inżynierów i ćwierć amplitudy
- 1 Model z testu skokowego
- 2 Reguły Zieglera–Nicholsa
- 3 Test przekaźnikowy
- 4 Reguły współczesne: SIMC
- 5 Regulacja kaskadowa
- 6 Metoda i przykłady rozwiązań
- 7 Błędne intuicje
- 8 Zadania do przemyślenia
- 9 Sprawdź się
- 10 Karta wzorów i co dalej

Prolog: dwóch inżynierów i ćwierć amplitudy

W 1942 r. John Ziegler i Nathaniel Nichols z firmy Taylor Instrument Companies opublikowali artykuł „Optimum settings for automatic controllers”. Regulatory PID były wtedy pneumatyczne, a ich strojenie było sztuką: technik kręcił pokrętkami, aż proces „wyglądał dobrze”. Na podstawie wielu prób Ziegler i Nichols zaproponowali dwie proste recepty. Pierwsza wymaga odczytu dwóch liczb z odpowiedzi skokowej, druga zmierzenia wzmocnienia, przy którym pętla zaczyna oscylować.

Ich kryterium dobrej regulacji było takie: po zakłóceniu każda kolejna oscylacja ma być ok. 4 razy mniejsza od poprzedniej (**ćwierć amplitudy**). Dla rafinerii lat 40. to było rozsądne, bo zakłócenia trzeba było szybko zbić. Dziś wiemy, że takie nastawy są agresywne i mało odporne na błędy modelu. Mimo to reguły Zieglera–Nicholsa są wciąż w każdym podręczniku, bo dają pierwsze sensowne nastawy w minutę.

Pytanie na start. *Piec z lekcji 1.2 ($K = 30\text{ }^{\circ}\text{C/kW}$, $\tau = 9\text{ min}$, $\theta = 6\text{ min}$) stroimy regułą Zieglera–Nicholsa dla PID. Zapas fazy wychodzi aż 65° . Czy to znaczy, że pętla jest bezpiecznie daleko od niestabilności? Odpowiedź w części 2.*

Model z testu skokowego

W lekcji 1.2 Jak reagują układy: człony podstawowe i odpowiedź skokowa poznaliśmy człon inercyjny z opóźnieniem (FOPDT):

$$G(s) = \frac{K e^{-\theta s}}{\tau s + 1}.$$

Przepis na test: ustal proces w punkcie pracy, zmień skokowo sterowanie o Δu (np. moc grzałki o 2 kW), zapisz wyjście do ustalenia. Potem odczytaj $K = \Delta y / \Delta u$ i chwile t_{28} , t_{63} , w których wyjście przebyło 28,3% i 63,2% zmiany. Stąd $\tau = 1,5(t_{63} - t_{28})$, $\theta = t_{63} - \tau$.

Obiekty z wieloma inercjami (piece, wymienniki ciepła, zbiorniki połączone szeregowo) mają odpowiedź w kształcie litery S. Model FOPDT ją przybliża: powolny początek „S” udaje opóźnienie. Na przykład obiekt $\frac{30}{(5s+1)(3s+1)(2s+1)(s+1)}$ (czas w minutach) daje z metody dwóch punktów $\tau \approx 7,3\text{ min}$ i $\theta \approx 4,5\text{ min}$, choć prawdziwego opóźnienia nie ma. Liczy się stosunek θ/τ : im większy, tym trudniej regulować, bo opóźnienie ogranicza szybkość pętli (lekcja 2.4 Stabilność pętli: punkt –1, zapasy i opóźnienie).

ZADANIA · CZĘŚĆ 1

3 zadania · ok. 20 min

- 1 Zawór pary otwarto o 10%. Temperatura wzrosła o $25\text{ }^{\circ}\text{C}$, 28,3% zmiany osiągnęła po 4 min, 63,2% po 10 min. Podaj K , τ , θ .

2 Który z obiektów będzie trudniejszy do regulacji: piec ($\tau = 9, \theta = 6$ min) czy wymiennik z zadania 1.1? Dlaczego?

3 Dlaczego test skokowy robi się w punkcie pracy, a nie od zera (np. od zimnego pieca)?

□□□ podstawowe ▣▣▣ średnie ▤▤▤ feynmanowskie

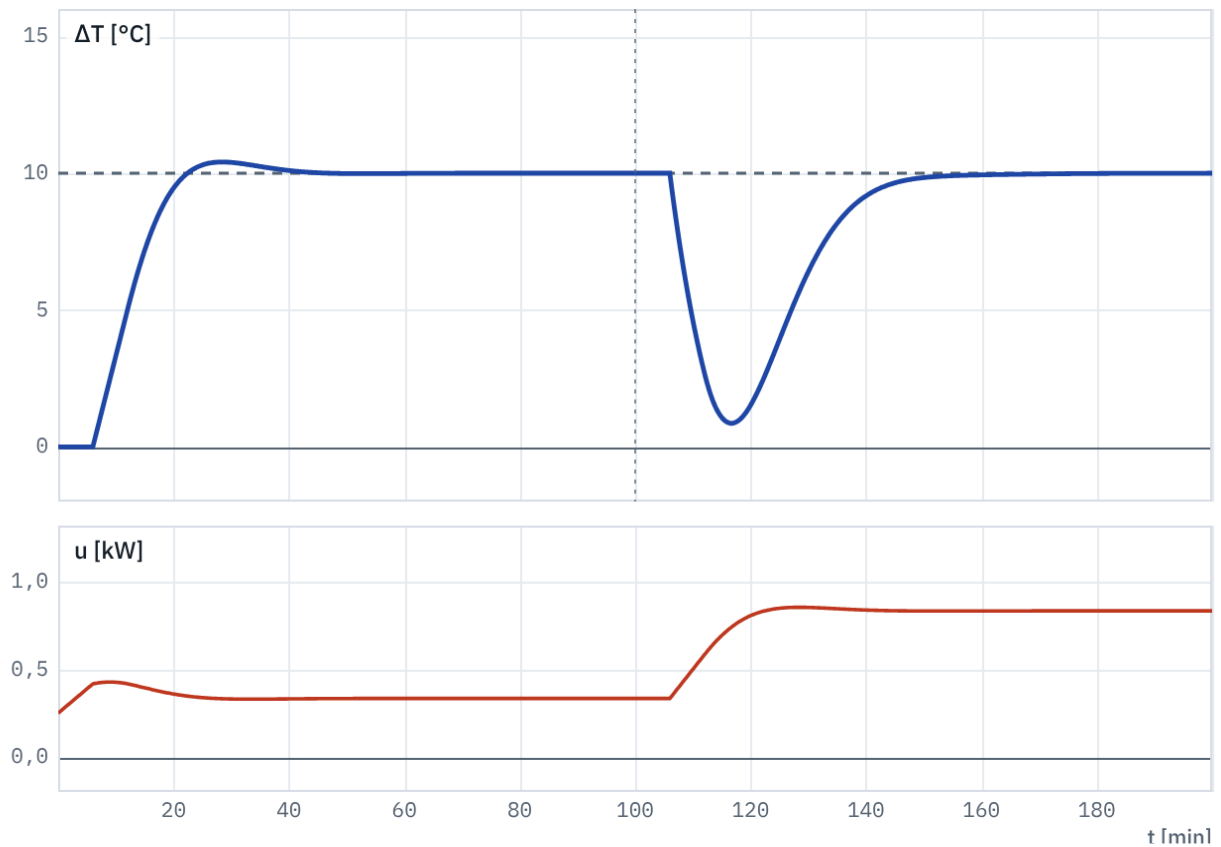
2 Reguły Zieglera–Nicholsa

Pierwsza metoda (z krzywej reakcji) korzysta z modelu FOPDT. Druga (oscylacyjna) wymaga doprowadzenia pętli z samym regulatorem P do granicy stabilności: zwiększamy K_p aż do stałych oscylacji, notujemy to **wzmocnienie krytyczne** K_u i **okres oscylacji** T_u . Kowal 9.3

regulator	z krzywej reakcji: K_c	T_i	T_d	oscylacyjna: K_c	T_i	T_d
P	$\frac{\tau}{K\theta}$	—	—	$0,5K_u$	—	—
PI	$\frac{0,9\tau}{K\theta}$	$3,3\theta$	—	$0,45K_u$	$T_u/1,2$	—
PID	$\frac{1,2\tau}{K\theta}$	2θ	$0,5\theta$	$0,6K_u$	$T_u/2$	$T_u/8$

Obie metody dają podobne nastawy, bo K_u i T_u wynikają z K, τ, θ (zadanie 2.3). Na piecu PID z krzywej reakcji ma zapas fazy 65° , ale zapas wzmocnienia tylko 1,4, a $\max |S| = 3,5$: wykres Nyquista przechodzi 0,29 od punktu -1 . Odpowiedź na pytanie z prologu: zapas fazy wcale nie musi być najsłabszym ogniwem. W tej pętli wystarczy, że wzmocnienie obiektu wzrośnie o 40%, i pętla straci stabilność. Dlatego sam zapas fazy nie wystarczy, a lepszą miarą odporności jest $\max |S|$ (lekcja 2.5 Zakłócenia, szum i wrażliwość: S, T i kształtowanie pętli).

SYMULACJA 1 Piec ($K = 30\text{ }^{\circ}\text{C/kW}$, $\tau = 9\text{ min}$, $\theta = 6\text{ min}$): skok wartości zadanej o $10\text{ }^{\circ}\text{C}$ w $t = 0$, w $t = 100\text{ min}$ spadek mocy o $0,5\text{ kW}$ (np. otwarte drzwi). Porównaj reguły Zieglera–Nicholsa z SIMC. Patrz nie tylko na przeregulowanie, ale też na $\max |S|$ i spadek temperatury po zakłóceniu. W SIMC zmieniaj τ_c .



— temperatura (odchyłka od punktu pracy) - - - wartość zadana — moc grzania $u(t)$

K_c 0,0250 kW/ $^{\circ}\text{C}$

T_i 9,0 min

T_d —

przeregulowanie 4,1 %

czas ustalania 36 min

spadek po zakłóceniu 9,1 $^{\circ}\text{C}$

$\max |S|$ 1,59

SIMC: jedno pokrętko τ_c . Przy $\tau_c = \theta$ dostajemy $\max |S|$ ok. 1,6: pętla odporna na błędy modelu, kosztem wolniejszego tłumienia zakłóceń.

Stan na rysunku: obiekt $K = 30\text{ }^{\circ}\text{C/kW}$, $\tau = 9\text{ min}$, $\theta = 6\text{ min}$; reguła SIMC PI, $\tau_c = 6,0\text{ min}$; skok wartości zadanej $10\text{ }^{\circ}\text{C}$, w $t = 100\text{ min}$ spadek mocy o $0,5\text{ kW}$.

ZADANIA · CZĘŚĆ 2

3 zadania · ok. 25 min

1 Policz nastawy Zieglera–Nicholsa (krzywa reakcji) PI i PID dla pieca.

■ ■ ■

- 2 W symulacji 1 porównaj Z-N PID i Z-N PI pod względem spadku temperatury po zakłóceniu i $\max |S|$. Co zyskujemy członem D, a co tracimy?

- 3 Wyznacz K_u i T_u dla pieca z modelu. Wskazówka: przy ω_u faza wynosi -180° , czyli $\arctan(\omega_u \tau) + \omega_u \theta = \pi$; wtedy $K_u K / \sqrt{1 + (\omega_u \tau)^2} = 1$.

▣▣▣ podstawowe ▣▣▣ średnie ▣▣▣ feynmanowskie

3 Test przekaźnikowy

Metoda oscylacyjna ma wadę: trzeba doprowadzić proces do granicy stabilności, a na prawdziwej instalacji nikt tego nie lubi. W 1984 r. Karl Johan Åström i Tore Hägglund zaproponowali sprytniejszą wersję: zamiast regulatora P wstawić **przekaźnik**, który daje $u = +d$, gdy uchyb jest dodatni, i $u = -d$, gdy ujemny. Pętla sama wpada w oscylację o częstotliwości, przy której faza obiektu wynosi w przybliżeniu -180° , a amplituda a jest ograniczona.

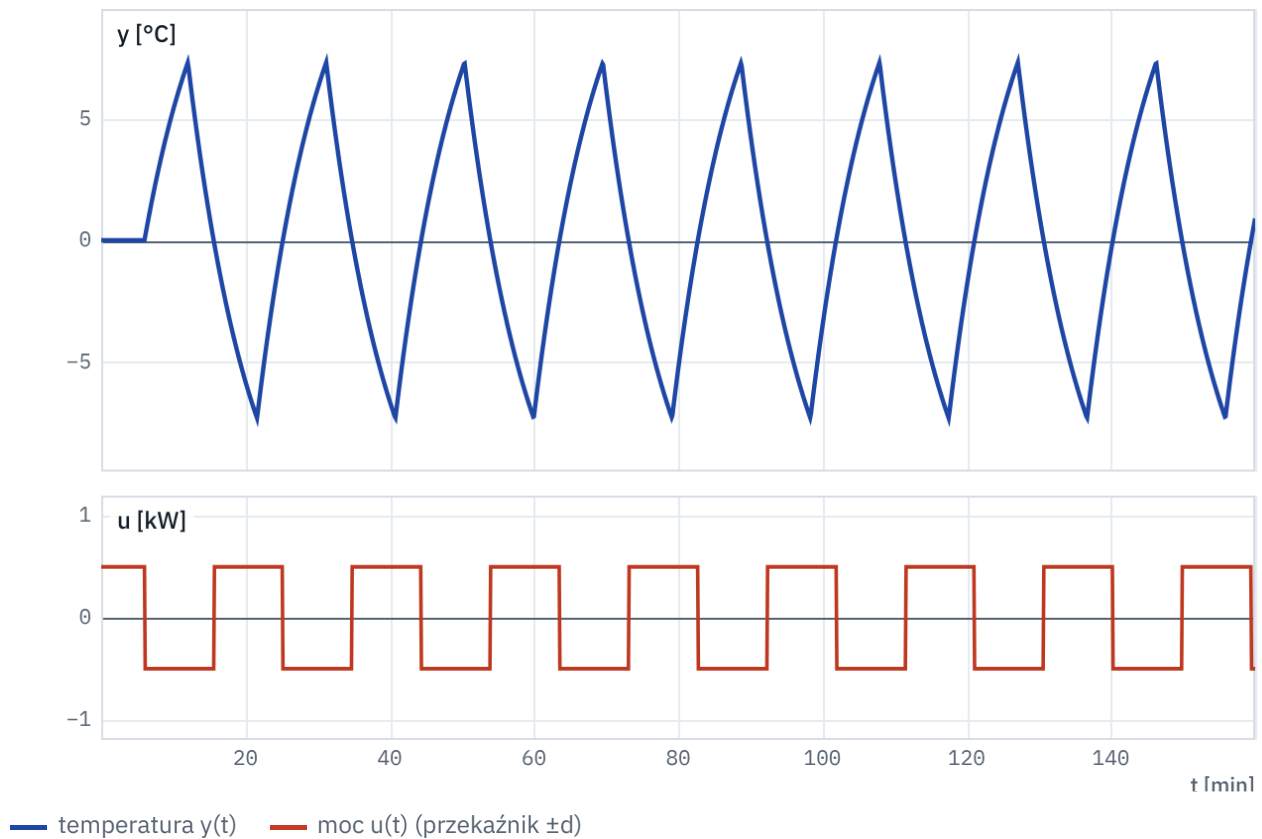
Z przybliżenia pierwszą harmoniczną (przekaźnik zastępujemy wzmocnieniem $\frac{4d}{\pi a}$, bo tyle wynosi amplituda pierwszej harmoniczej prostokąta $\pm d$ podzielona przez a):

$$K_u \approx \frac{4d}{\pi a}, \quad T_u \approx \text{okres oscylacji}.$$

Tak działa „autostrojenie” w wielu przemysłowych regulatorach: przycisk „tune” uruchamia test przekaźnikowy, a regulator sam wylicza nastawy.

SYMULACJA 2

Przełącznik $\pm d$ zamiast regulatora na piecu. Po kilku okresach oscylacja ustala się. Porównaj estymatę K_u z wartością dokładną. Dodaj histerezę (stosowaną w praktyce przeciw szumowi) i zobacz, jak psuje estymatę.

amplituda a 7,32 °C

okres 19,2 min

 $K_u \approx 4d/(\pi a)$ 0,0870 kW/°Cdokładnie (z modelu) $K_u = 0,101$, $T_u = 19,8$ min

Przełącznik wymusza oscylację dokładnie na częstotliwości, przy której faza pętli wynosi -180° . Z amplitudy dostajemy wzmocnienie krytyczne bez ryzyka doprowadzania pętli do granicy stabilności.

Stan na rysunku: przełącznik $\pm 0,50$ kW, histereza $0,0$ °C; piec $K = 30$ °C/kW, $\tau = 9$ min, $\theta = 6$ min.

ZADANIA · CZĘŚĆ 3

3 zadania · ok. 20 min

1 Przełącznik $\pm 0,5$ kW, oscylacja temperatury o amplitudzie $7,3$ °C i okresie 19 min. Oszacuj K_u i podaj nastawy Z-N PI.

2 Estymata K_u z zadania 3.1 jest o ok. 14% mniejsza od dokładnej (0,101). Skąd błąd?

- 3 Dlaczego amplituda d przekąznika jest wygodnym pokrętle dla operatora?

podstawowe średnie feynmanowskie

4 Reguły współczesne: SIMC

W 2003 r. Sigurd Skogestad z NTNU zaproponował reguły SIMC (*Simple Internal Model Control*). Wychodzą z innego pytania: jak szybka ma być pętla zamknięta? Projektant wybiera jedną liczbę, pożądaną stałą czasową τ_c , a reszta wynika z modelu. Dla FOPDT regulator PI: Skogestad 2003

REGUŁA SIMC DLA PI

$$K_c = \frac{1}{K} \frac{\tau}{\tau_c + \theta}, \quad T_i = \min(\tau, 4(\tau_c + \theta)).$$

Zalecenie domyślne: $\tau_c = \theta$. Daje $\max |S| \approx 1,6$ i zapas wzmocnienia ok. 3. Mniejsze τ_c : szybciej i agresywniej; większe: wolniej i odporniej.

Skąd ten wzór? Zero regulatora PI ($T_i = \tau$) skraca biegun obiektu i zostaje $L(s) = \frac{K_c K}{\tau s} e^{-\theta s}$. To całkowanie z opóźnieniem, które daje pętlę zamkniętą zbliżoną do $\frac{e^{-\theta s}}{\tau_c s + 1}$. Ograniczenie $T_i \leq 4(\tau_c + \theta)$ chroni przed zbyt wolnym usuwaniem zakłóceń, gdy τ jest bardzo duże.

ZADANIA · CZĘŚĆ 4

3 zadania · ok. 20 min

- 1 SIMC PI dla pieca z $\tau_c = \theta = 6$ min.

- 2 Pokaż, że przy $T_i = \tau$ pętla ma postać $L = \frac{K_c K}{\tau s} e^{-\theta s}$ i że częstotliwość przejścia to $\omega_c = \frac{K_c K}{\tau} = \frac{1}{\tau_c + \theta}$.

- 3 Dla $\tau_c = \theta$ zapas fazy pętli z zadania 4.2 to $90^\circ - \omega_c \theta$ (w radianach na stopnie). Policz go.

podstawowe średnie feynmanowskie

5 Regulacja kaskadowa

Gdy między sterowaniem a wyjściem jest wielkość pośrednia, którą da się zmierzyć, można zbudować kaskadę: regulator zewnętrzny (nadrzędny) nie steruje obiektem, tylko wydaje wartość

zadaną regulatorowi wewnętrznemu (podrzednemu). W dronie: Goodwin 10.9

$$z_{\text{zad}} \xrightarrow{P} v_{\text{zad}} \xrightarrow{\text{PI}} \text{ciąg} \rightarrow v \rightarrow z.$$

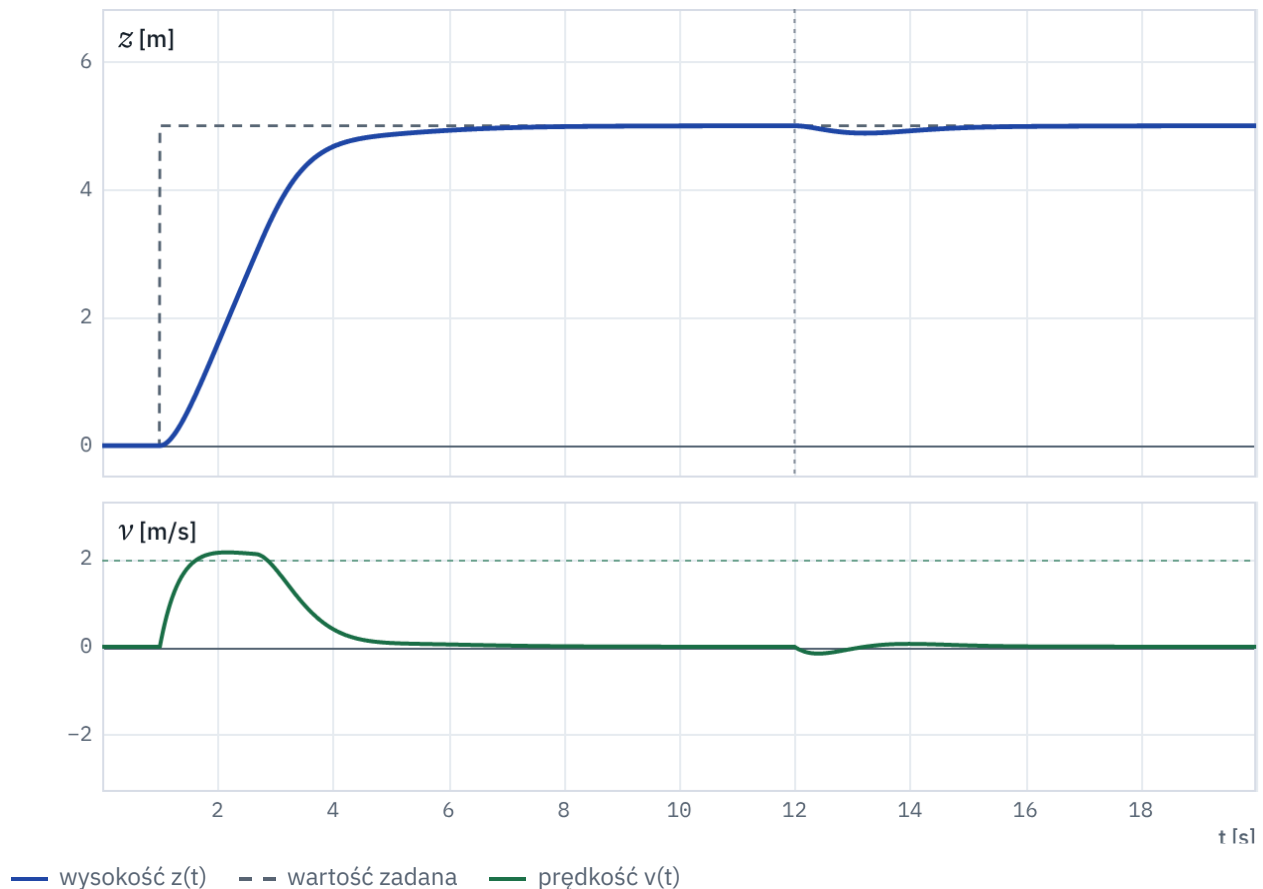
Tak zbudowane są kontrolery lotu, np. PX4: pozycja → prędkość → orientacja → prędkość kątowna → silniki, każda pętla szybsza od poprzedniej. Korzyści:

- **zakłócenia w pętli wewnętrznej** (paczka, podmuch zmieniający prędkość) są zbijane, zanim wpłyną na wielkość zewnętrzną;
- **ograniczenia**: wielkość pośrednią łatwo ograniczyć (maks. prędkość wznoszenia), czego jeden PID nie potrafi;
- **strojenie od środka**: najpierw pętla wewnętrzna, potem zewnętrzna widzi prostszy obiekt (dla drona: prawie czyste całkowanie $\frac{1}{s}$).

Warunek: pętla wewnętrzna musi być wyraźnie szybsza, zwykle 3–10 razy. Wtedy z punktu widzenia pętli zewnętrznej pętla wewnętrzna działa prawie natychmiast ($T_v \approx 1$), a pętla zewnętrzna widzi obiekt $\frac{1}{s}$. Wystarcza jej regulator P: całka w pętli wewnętrznej i tak usuwa uchyb od stałej siły.

SYMULACJA 3

Wznoszenie o 5 m i paczka 0,1 kg w $t = 12$ s. Kaskada (P wysokości $\rightarrow$ PI prędkości) kontra jeden PID z lekcji 3.1 (te same ograniczenia ciągu). Zwiększ K_z ponad jedną trzecią K_p pętli wewnętrznej i zobacz, co się psuje. Zwiększ K_p pętli wewnętrznej: spadek po paczce maleje.



przeregulowanie 0,0 %

czas ustalania (± 10 cm) 4,5 s

max prędkość 2,15 m/s

spadek po paczce 11,5 cm

Kaskada: zewnętrzna pętla wydaje polecenie prędkości, które łatwo ograniczyć. Wewnętrzna pętla PI zbija paczkę, zanim wysokość zdąży się zmienić.

Stan na rysunku: kaskada, $K_z = 1,00$ 1/s, PI prędkości $K_p = 3,5$, $K_i = 4,0$, limit 2 m/s; skok o 5 m w $t = 1$ s, paczka 0,1 kg w $t = 12$ s.

ZADANIA · CZĘŚĆ 5

3 zadania · ok. 25 min

- 1 Wewnętrzna pętla PI prędkości ma $\omega_c = 3,6$ rad/s. Jaki zakres ω_c jest rozsądny dla pętli wysokości i jakie K_z to daje (obiekt zewnętrzny $\approx \frac{1}{s}$)?

2 W symulacji 3 porównaj skok o 5 m dla kaskady (z limitem 2 m/s) i jednego PID. Skąd ogromny przelot PID?

3 W symulacji 3 przy domyślnych nastawach spadek po paczce jest większy w kaskadzie (ok. 11,5 cm) niż w PID (ok. 8 cm). Czy to podważa zalety kaskady? Jak to poprawić?

▀▀▀ podstawowe ▀▀▀ średnie ▀▀▀ feynmanowskie

☰ METODA: URUCHOMIENIE PĘTLI BEZ MODELU

1. **Test:** skok sterowania w punkcie pracy (FOPDT z 28% i 63%) albo test przekąźnikowy (K_u, T_u).
2. **Ocena trudności:** θ/τ . Powyżej ok. 1 opóźnienie dominuje (lekcja 2.4).
3. **Pierwsze nastawy:** SIMC z $\tau_c = \theta$ (odporne) albo Z-N (szybkie, potem złagodzić).
4. **Struktura:** PI-D lub I-PD, filtr D (lekcja 3.1); kaskada, jeśli jest mierzalna wielkość pośrednia.
5. **Sprawdzenie:** zakłócenie i zmiana wartości zadanej na obiekcie; jeśli jest model, $\max |S| < 2$.

Przykład 6.1

Trzy reguły na jednym piecu

Piec $K = 30 \text{ }^\circ\text{C/kW}$, $\tau = 9 \text{ min}$, $\theta = 6 \text{ min}$. Porównaj Z-N PI, Z-N PID (D od pomiaru, $N = 10$) i SIMC PI ($\tau_c = 6 \text{ min}$) pod względem odpowiedzi na skok wartości zadanej, zakłócenia $-0,5 \text{ kW}$ i odporności.

1. Nastawy: Z-N PI 0,045 / 20 min; Z-N PID 0,06 / 12 / 3 min; SIMC 0,025 / 9 min.
2. Skok wartości zadanej (symulacja): przeregulowanie 3,6%, 21%, 4,1%; czas ustalania 82, 47, 36 min.
3. Zakłócenie (największy spadek): 8,5 $^\circ\text{C}$, 7,4 $^\circ\text{C}$, 9,1 $^\circ\text{C}$.
4. Odporność: $\max |S| = 2,05, 3,5, 1,59$; zapas wzmocnienia 2,1, 1,4, 3,1.

Wynik: Z-N PID najszybciej zbija zakłócenia, ale jest najbliżej niestabilności. SIMC najszybciej ustala się po zmianie wartości zadanej i jest najodporniejszy; zakłócenie zbija trochę wolniej.

Sprawdzenie: w symulacji 1 te liczby da się odczytać bezpośrednio (w SIMC ustaw $\tau_c = 6 \text{ min}$) ✓. Uwaga: Z-N PI ma małe przeregulowanie, a mimo to bardzo długi czas ustalania (zbyt duże T_i powoduje powolny „ogon”).

Przykład 6.2

Pokrętko τ

c

SIMC PI dla pieca dla $\tau_c = 3, 6, 12$ min. Jak zmienia się kompromis?

- 1 $\tau_c = 3$: $K_c = 0,033$, przeregulowanie 18%, spadek po zakłóceniu $8,8^\circ\text{C}$, $\max |S| = 1,92$.
- 2 $\tau_c = 6$: $K_c = 0,025$, 4,1%, $9,1^\circ\text{C}$, $\max |S| = 1,59$.
- 3 $\tau_c = 12$: $K_c = 0,017$, 0%, $9,7^\circ\text{C}$, $\max |S| = 1,35$.

Wynik: jedno pokrętko przesuwa pętlę między „szybko i nerwowo” a „wolno i odpornie”.

Sprawdzenie: nawet najagresywniejsza wersja ($\tau_c = 3$) jest odporniejsza od Z-N PID ✓. Spadek po zakłóceniu prawie się nie zmienia, bo ogranicza go opóźnienie: przez pierwsze 6 minut regulator i tak nic nie wie.

Przykład 6.3

Kaskada wysokości drona

Pętla wewnętrzna: PI prędkości ($K_p = 3,5$, $K_i = 4$, $\omega_c = 3,6$ rad/s). Dobierz K_z pętli zewnętrznej P.

- 1 Obiekt zewnętrzny: $\frac{T_v(s)}{s}$, gdzie T_v to pętla zamknięta prędkości.
- 2 $K_z = 1$: $\omega_c = 1,06$ rad/s, zapas fazy 77° , bez przeregulowania, czas narastania 1,5 s.
- 3 $K_z = 2$: $\omega_c = 2,0$, zapas 60° , przeregulowanie 7%; ω_c już tylko 1,8 razy mniejsza od wewnętrznej.

Wynik: $K_z = 1$ 1/s: spokojna pętla zewnętrzna, ok. 3,4 razy wolniejsza od wewnętrznej.

Sprawdzenie: po paczce uchyb wysokości wraca do zera, choć zewnętrzny regulator nie ma całki: całka pętli wewnętrznej dostarcza brakującą siłę, a w stanie ustalonym $v = 0$ wymusza $z = z_{\text{zad}}$ ✓.

Błędne intuicje, których trzeba się oduczyć

× „Ziegler–Nichols daje nastawy optymalne.”

„Optymalne” dla kryterium ćwierć amplitudy z 1942 r. Dla większości współczesnych zastosowań są za agresywne, zwłaszcza PID: $\max |S|$ rzędu 3, zapas wzmocnienia 1,4–1,6 (wersja PI jest łagodniejsza: $\max |S| \approx 2$).

× „Duży zapas fazy = odporna pętla.”

Zapas fazy mierzy tylko jeden punkt. Pętla może mieć 65° i jednocześnie zapas wzmocnienia 1,4. $\max |S|$ łapie oba przypadki.

× „Model FOPDT jest za prosty, żeby był użyteczny.”

Do strojenia PID wystarcza zaskakująco często: regulator i tak ma tylko 2–3 parametry, a metody odporne (SIMC) tolerują błędy modelu.

× „Kaskada zawsze lepiej tłumi zakłócenia.”

Tylko zakłócenia działające w pętli wewnętrznej i tylko wtedy, gdy ta pętla jest szybka. Główne zalety to ograniczenia i łatwiejsze strojenie.

× „Pętlę zewnętrzną stroi się pierwszą.”

Odwrotnie: od środka. Pętla zewnętrzna widzi pętlę wewnętrzną jako część obiektu.

Zadania do przemyślenia

Te zadania wymagają więcej myślenia niż liczenia.

ZADANIA DO PRZEMYŚLENIA

5 zadań · ok. 1,5 godziny

- 1 **Prysznic kaskadowo.** Prysznic z lekcji 1.1 ma długą rurę (opóźnienie) między zaworem a głowicą. Gdzie dałoby się zmierzyć wielkość pośrednią i jak zbudować kaskadę? Co zyskamy?

- 2 **Obiekt całkujący.** Poziom wody w zbiorniku z odpływem przez pompę o stałej wydajności to obiekt $\frac{k}{s}e^{-\theta s}$. Jak wygląda jego odpowiedź skokowa i dlaczego reguła FOPDT z 28% i 63% zawodzi?
- 3 **Test w złym momencie.** Podczas testu skokowego pieca ktoś otworzył drzwi. Jak to zepsuje model i jak się przed tym bronić?
- 4 **Dlaczego ćwierć amplitudy?** Stosunek kolejnych amplitud 1/4 oznacza dla pary biegunów pewne tłumienie. Policz je i oceń, czy to „dobra” pętla w sensie z lekcji 2.2.
- 5 **Trzy pętle drona.** W kontrolerze lotu wysokość → prędkość → ciąg, a orientacja ma własną kaskadę kąt → prędkość kątowna → moment. Orientacyjne częstotliwości przejścia (rzędy wielkości, zależą od konstrukcji): prędkość kątowna 30–60 rad/s, kąt ok. 10 rad/s, prędkość 2–4 rad/s, pozycja ok. 1 rad/s. Sprawdź regułę 3–10 razy. Co by się stało, gdyby pętla prędkości kątownej była wolna, np. 5 rad/s?

▢▢▢ podstawowe ▢▢▢ średnie ▢▢▢ feynmanowskie

9 Sprawdź się

Odpowiedz w myślach, zanim rozwiniesz odpowiedź.

- 1 Jak z odpowiedzi skokowej wyznaczyć τ i θ ?

$$\tau = 1,5(t_{63} - t_{28}), \theta = t_{63} - \tau.$$

- 2 Jakie kryterium przyjęli Ziegler i Nichols?

Ćwierć amplitudy: każda kolejna oscylacja po zakłóceniu ok. 4 razy mniejsza.

- 3 Co to K_u i T_u ?

Wzmocnienie regulatora P, przy którym pętla oscyluje ze stałą amplitudą, i okres tych oscylacji.

- 4 Jak test przekaźnikowy daje K_u ?

Przekaźnik $\pm d$ wymusza oscylację przy fazie -180° ; $K_u \approx 4d/(\pi a)$.

5 Jaka jest reguła SIMC dla PI?

$$K_c = \frac{\tau}{K(\tau_c + \theta)}, T_i = \min(\tau, 4(\tau_c + \theta)), \text{domyślnie } \tau_c = \theta.$$

6 Dlaczego $\max |S|$ jest lepszą miarą odporności niż zapas fazy?

Bo to odwrotność najmniejszej odległości od -1 na wykresie Nyquista: łąpie zarówno mały zapas fazy, jak i mały zapas wzmocnienia.

7 Kiedy kaskada ma sens?

Gdy jest mierzalna wielkość pośrednia, przez którą działają zakłócenia lub którą chcemy ograniczyć, i pętla wewnętrzna może być 3–10 razy szybsza.

8 Od której pętli stroimy kaskadę?

Od wewnętrznej.

MODEL I ZIEGLER-NICHOLSFOPDT: $\frac{K e^{-\theta s}}{\tau s + 1}$; $\tau = 1,5(t_{63} - t_{28})$, $\theta = t_{63} - \tau$ Z-N PI: $\frac{0,9\tau}{K\theta}$, $3,3\theta$; PID: $\frac{1,2\tau}{K\theta}$, 2θ , $0,5\theta$ oscylacyjna PI: $0,45K_u$, $T_u/1,2$; PID: $0,6K_u$, $T_u/2$, $T_u/8$ przebieg: $K_u \approx \frac{4d}{\pi a}$ **SIMC I KASKADA**SIMC PI: $K_c = \frac{\tau}{K(\tau_c + \theta)}$, $T_i = \min(\tau, 4(\tau_c + \theta))$ $\tau_c = \theta$; $\omega_c = \frac{1}{2\theta}$, zapas fazy $\approx 61^\circ$ kaskada: wewnętrzna 3–10× szybsza;
strojenie od środkadron: $K_z \cdot P \rightarrow$ PI prędkości; $\omega_c \approx K_z$ **Do przeczytania**

- **Obowiązkowo:** J. Kowal, *Podstawy automatyki*, rozdz. 9.3 (dobór nastaw, po polsku); G. C. Goodwin i in., *Control System Design*, rozdz. 6.3–6.5 (strojenie empiryczne) i 10.9 (kaskada).
- **Dla chętnych:** S. Skogestad, „Simple analytic rules for model reduction and PID controller tuning”, *Journal of Process Control* 13 (2003), czytelny i praktyczny; K. J. Åström, T. Hägglund, *Advanced PID Control*, rozdz. o autostrojeniu i teście przebiegów.

Wszystko, co robiliśmy, zakładało liniowość. Prawdziwe silniki mają granice ciągu, a regulator, który o nich nie wie, robi głupstwa, co widać było przy skoku o 5 m. Następna lekcja zajmuje się nieliniową rzeczywistością: nasyceniem i windupem, sterowaniem w przód (feedforward), które odciąża pętlę, i zmianą nastaw z punktem pracy.



Odpowiedzi

Zadania · część 1

1. $K = 2,5 \text{ } ^\circ\text{C}/\%, \tau = 1,5 \cdot 6 = 9 \text{ min}, \theta = 10 - 9 = 1 \text{ min}.$
2. Piec: $\theta/\tau = 0,67$, wymiennik 0,11. Duże opóźnienie względem stałej czasowej zmusza do wolnej pętli ($\omega_c \lesssim 1/\theta$).
3. Obiekt jest zwykle nieliniowy: wzmocnienie i stałe czasowe zależą od punktu pracy (straty ciepła rosną z temperaturą). Model liniowy jest dobry tylko w okolicy punktu, w którym go zmierzono. Wraca to w lekcji 3.3 Nieliniowa rzeczywistość: nasycenie, windup, feedforward i gain scheduling (gain scheduling).

Zadania · część 2

1. PI: $K_c = \frac{0,9 \cdot 9}{30 \cdot 6} = 0,045 \text{ kW}/^\circ\text{C}, T_i = 20 \text{ min}.$ PID: $K_c = 0,06 \text{ kW}/^\circ\text{C}, T_i = 12 \text{ min}, T_d = 3 \text{ min}.$
2. PID: spadek ok. $7,4 \text{ } ^\circ\text{C}, \max |S| = 3,5.$ PI: ok. $8,5 \text{ } ^\circ\text{C}, \max |S| = 2,05.$ D pozwala na większe wzmocnienie i szybsze zbijanie zakłóceń, ale pętla jest bliżej niestabilności (i wzmacnia szum).
3. Numerycznie $\omega_u \approx 0,318 \text{ rad/min},$ czyli $T_u = 2\pi/\omega_u \approx 19,8 \text{ min}, K_u = \sqrt{1 + 2,86^2}/30 \approx 0,101 \text{ kW}/^\circ\text{C}.$ Reguła oscylacyjna dla PID: $K_c = 0,061, T_i = 9,9 \text{ min}, T_d = 2,5 \text{ min},$ podobnie jak z krzywej reakcji.

Zadania · część 3

1. $K_u \approx \frac{4 \cdot 0,5}{\pi \cdot 7,3} \approx 0,087 \text{ kW}/^\circ\text{C}.$ PI: $K_c = 0,039, T_i = 19/1,2 \approx 16 \text{ min}.$
2. Przybliżenie pierwszą harmoniczną zakłada, że wyjście obiektu jest sinusoidą. Piec z opóźnieniem przepuszcza też wyższe harmoniczne prostokąta, więc przebieg jest „trójkątny”, a jego amplituda większa niż samej pierwszej harmoniczej. Błąd rzędu 10–20% jest typowy i w praktyce nieszkodliwy, bo i tak łagodzi się nastawy.
3. Amplituda oscylacji jest proporcjonalna do d ($a \approx \frac{4d}{\pi K_u}$). Operator wybiera, jak duże wahania temperatury może zaakceptować podczas testu, i dobiera do tego d .

Zadania · część 4

1. $K_c = \frac{1}{30} \cdot \frac{9}{12} = 0,025 \text{ kW}/^\circ\text{C}, T_i = \min(9, 48) = 9 \text{ min}.$
2. $C = K_c \frac{\tau_s + 1}{\tau_s};$ razem z $\frac{K}{\tau_s + 1}$ zostaje $\frac{K_c K}{\tau_s}.$ $|L(j\omega)| = 1$ przy $\omega = K_c K / \tau,$ a z wzoru na $K_c: \frac{1}{\tau_c + \theta}.$ Dla pieca: $1/12 \text{ rad/min}.$
3. $\omega_c \theta = \frac{\theta}{2\theta} = 0,5 \text{ rad} = 28,6^\circ,$ zapas fazy $61,4^\circ,$ niezależnie od obiektu. To dlatego SIMC daje przewidywalną odporność.

Zadania · część 5

1. 3–10 razy wolniej: ok. $0,4\text{--}1,2 \text{ rad/s}.$ Dla $\frac{K_z}{s}$ jest $\omega_c = K_z,$ czyli $K_z \approx 0,4\text{--}1,2 \text{ 1/s}.$ Dla $K_z = 1$ dokładny wynik: $\omega_c = 1,06 \text{ rad/s},$ zapas fazy $77^\circ.$
2. Kaskada: bez przeregulowania, prędkość ok. $2 \text{ m/s},$ ustalenie ok. $4,5 \text{ s}.$ PID: ok. 50% przeregulowania ($2,5 \text{ m}$) i prędkość do $7,6 \text{ m/s}.$ PID dostaje duży uchyb, ciąg wchodzi w nasycenie, a cała przez cały czas wznoszenia rośnie (windup), więc dron „przestrzeliwuje”. Lekarstwa w lekcji 3.3.

3. Nie: zbijanie zakłóceń zależy od szybkości pętli, w której zakłócenie działa. Wewnętrzna PI ($\omega_c = 3,6$) jest wolniejsza od PID ($\omega_c = 4,4$). Zwiększenie K_p pętli wewnętrznej do 7 (i proporcjonalnie K_i do 8) zmniejsza spadek do ok. 5,4 cm, a do 10 (z $K_i \approx 11,4$) do ok. 3,7 cm. Tak skaluje oba wzmocnienia suwak w symulacji 3. Kaskada pozwala stroić tę pętlę agresywnie, bo zewnętrzna widzi wtedy prawie idealne całkowanie.

Zadania do przemyślenia

1. 1. Temperatura tuż za mieszaczem (przed rurą). Pętla wewnętrzna: zawór $\rightarrow$ temperatura za mieszaczem, bez opóźnienia, szybka. Zewnętrzna: temperatura na głowicy $\rightarrow$ wartość zadana dla wewnętrznej.
2. Zmiany ciśnienia zimnej wody (typowe zakłócenie) są zbijane w pętli wewnętrznej, zanim gorąca lub zimna woda wejdzie do rury. Opóźnienie rury dalej ogranicza pętlę zewnętrzną, ale ta ma mniej do roboty.
2. 1. Odpowiedź to rampa (po opóźnieniu), bez ustalenia. Nie ma końcowej wartości, więc nie ma 28% ani 63%.
2. Mierzy się nachylenie rampy ($k\Delta u$) i opóźnienie. SIMC ma osobną regułę: $K_c = \frac{1}{k(\tau_c + \theta)}$, $T_i = 4(\tau_c + \theta)$, czyli przypadek graniczny $\tau \rightarrow \infty$ przy $K/\tau = k$.
3. 1. Spadek temperatury nałoży się na odpowiedź: K wyjdzie za małe, t_{63} przesunięte. Nastawy będą za agresywne (za małe $K \rightarrow$ za duże K_c).
2. Obrona: powtórzyć test, zrobić skok w obie strony (w górę i w dół) i uśrednić, dopasować model metodą najmniejszych kwadratów do całego przebiegu (lekcja 1.2), sprawdzić, czy przed testem proces był ustalony.
4. 1. Dekrement logarytmiczny: $\ln 4 = \frac{2\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}$, stąd $\zeta \approx 0,22$.
2. Przeregulowanie dla skoku ok. 50%, zapas fazy ok. 25° . Według dzisiejszych standardów to pętla słabo tłumiona.
5. 1. Stosunki: 3–6, ok. 3–5, 2–4: na granicy reguły, ale typowo spełniona. Każda pętla widzi następną jako prawie natychmiastową.
2. Wolna pętla prędkości kątowej zmusiłaby wszystkie pętle zewnętrzne do zwolnienia ($\leq 1,5$ rad/s dla kąta, $\leq 0,5$ dla prędkości, ok. 0,1 dla pozycji). Dron reagowałby na podmuch po kilku sekundach. Dlatego pętlę najbardziej wewnętrzną (żyroskop $\rightarrow$ silniki) liczy się z częstotliwością kilku kHz (lekcja 3.4 Sterowanie cyfrowe: próbkowanie, transformata Z i regulator w kodzie).

Automatyka · Lekcja 3.2: Strojenie i kaskada · Źródła: J. G. Ziegler, N. B. Nichols, „Optimum settings for automatic controllers”, *Trans. ASME* 64 (1942); K. J. Åström, T. Hägglund, „Automatic tuning of simple regulators with specifications on phase and amplitude margins”, *Automatica* 20 (1984); S. Skogestad, *J. Process Control* 13 (2003); G. C. Goodwin, S. F. Graebe, M. E. Salgado, *Control System Design* (Prentice Hall 2001); J. Kowal, *Podstawy automatyki* (AGH). Wszystkie liczby policzone na nowo (tools/verify/c3_2.py).