

Wejście w atmosferę

Statek wracający z orbity ma 7,8 km/s, wracający z Księżyca 11 km/s. Całą tę energię trzeba wytracić, a atmosfera jest najtańszym hamulcem: nie kosztuje paliwa, tylko osłonę termiczną. Ta lekcja (dla chętnych) wyprowadza rozwiązanie Allena i Eggersa dla wejścia balistycznego, pokazuje, dlaczego największe przeciążenie nie zależy od masy statku, liczy nagrzewanie i wyjaśnia, dlaczego kapsuły są tępe, a siła nośna zamienia 9 g w 3 g.

CZAS

ok. 1,5 h teorii +
ok. 1,5 h zadań

ZADANIA

14 zadań w treści
+ 5 do
przemyślenia, z
odpowiedziami

ŹRÓDŁA

C. A. Kluever,
*Space Flight
Dynamics*, rozdz.
11; U. Walter,
Astronautics,
rozdz. o wejściu
w atmosferę; H. J.
Allen, A. J.
Eggers, NACA
Report 1381
(1958)

W TEJ LEKCJI

- 0 Prolog: tępy nos Harveya Allena
- 1 Równania lotu w atmosferze
- 2 Wejście balistyczne: rozwiązanie Allena–Eggersa
- 3 Nagrzewanie i kształt osłony
- 4 Wejście z siłą nośną i korytarz wejścia
- 5 Mars: rzadka atmosfera
- 6 Metoda i przykłady rozwiązane
- 7 Błędne intuicje
- 8 Zadania do przemyślenia
- 9 Sprawdź się
- 10 Karta wzorów i co dalej

Prolog: tępy nos Harveya Allena

Na początku lat 50. inżynierowie projektujący głowice ракет balistycznych zakładali, że głowica powinna być ostra i smukła, jak pocisk. Harvey Allen z laboratorium NACA w Ames doszedł do odwrotnego wniosku: ostra głowica wchodzi głęboko w atmosferę z ogromną prędkością i większość ciepła z hamowania trafia do niej. Tępa głowica wytwarza przed sobą silną falę uderzeniową, w której nagrzewa się powietrze, i większość ciepła zostaje w tym powietrzu.

Raport Allena i Eggersa (opublikowany w 1958 roku, po odtajnieniu) zawiera też prosty model wejścia balistycznego, który do dziś jest pierwszym szacunkiem w każdym projekcie. Wszystkie kapsuły załogowe, od Wostoka i Merkurego do Oriona, są tępe.

Pytanie na start. Ciężka kapsuła i lekka sonda wchodzi w atmosferę z tą samą prędkością pod tym samym kątem. Która ma większe przeciążenie? Odpowiedź w części 2.

Równania lotu w atmosferze

Ruch w płaszczyźnie toru opisują te same równania co wznoszenie rakiety (lekcja 4 Rakieta na orbitę: równanie raketowe, stopniowanie i zakręt grawitacyjny), tylko bez ciągu, za to z siłą nośną L i oporem D (fizyka, lekcja Dział 10: Płyiny: ciśnienie, przepływ, lepkość i siły aerodynamiczne):

✎ RÓWNANIA WEJŚCIA (PŁASKIE, NAD KULISTĄ PLANETĄ)

$$\dot{v} = -\frac{D}{m} - g \sin \gamma, \quad v\dot{\gamma} = \frac{L}{m} - \left(g - \frac{v^2}{r}\right) \cos \gamma, \quad \dot{h} = v \sin \gamma,$$

$$\frac{D}{m} = \frac{\rho v^2}{2\beta}, \quad \beta = \frac{m}{C_D A}, \quad \frac{L}{D} = \text{doskonałość}, \quad \rho = \rho_0 e^{-h/H}.$$

$\gamma < 0$ to lot w dół. Ziemia: $\rho_0 = 1,225 \text{ kg/m}^3$, $H \approx 7,2 \text{ km}$; Mars: $\rho_0 \approx 0,020 \text{ kg/m}^3$, $H \approx 11,1 \text{ km}$.

Współczynnik balistyczny β mówi, ile masy przypada na jednostkę „oporowej” powierzchni: kapsuła ma kilkaset kg/m^2 , sonda z dużą osłoną kilkadziesiąt, smukła głowica kilka tysięcy. Wejście zaczyna się umownie na wysokości 120 km (Ziemia), gdzie opór staje się zauważalny.

ZADANIA · CZĘŚĆ 1

3 zadania · ok. 20 min

- 1 Kapsuła ma masę 3000 kg, średnicę 2,2 m i $C_D = 1,3$. Policz β .



- 2 Ile wynosi gęstość powietrza w modelu wykładniczym na wysokości 60 km i ile opór na jednostkę masy dla $\beta = 300 \text{ kg/m}^2$ przy 7 km/s?

- 3 Dlaczego w równaniu na $\dot{\gamma}$ pojawia się v^2/r i co to oznacza przy prędkości orbitalnej?

▀▀▀ podstawowe ▀▀▀ średnie ▀▀▀ feynmanowskie

2 Wejście balistyczne: rozwiązanie Allena–Eggersa

Przy stromym wejściu i dużej prędkości opór jest dużo większy od grawitacji, a tor jest prawie prostą o stałym γ . Pomijamy grawitację i siłę nośną. Zamieniamy zmienną czasu na wysokość ($dh = v \sin \gamma dt$):

$$\frac{dv}{dh} = -\frac{\rho_0 e^{-h/H} v}{2\beta \sin \gamma} \Rightarrow v(h) = v_E \exp\left(-\frac{\rho_0 H}{2\beta |\sin \gamma|} e^{-h/H}\right).$$

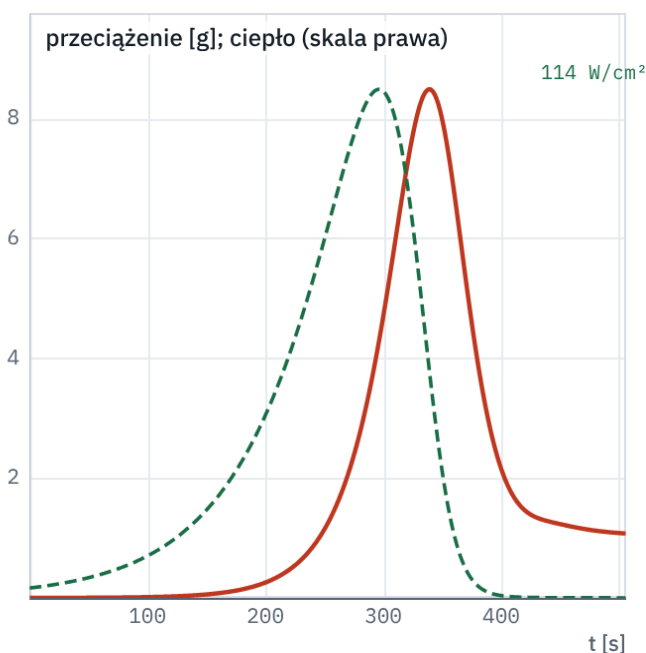
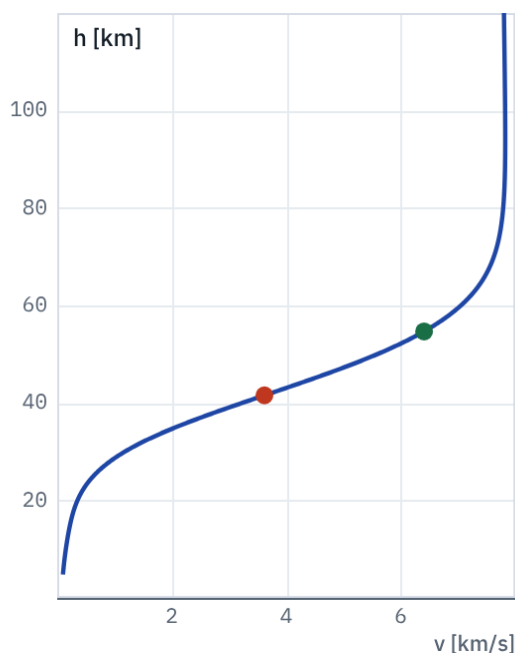
WEJŚCIE BALISTYCZNE (ALLEN–EGGERS)

Największe opóźnienie: $a_{\max} = \frac{v_E^2 |\sin \gamma|}{2eH}$, przy $v = v_E e^{-1/2} = 0,61 v_E$, na wysokości $h^* = H \ln \frac{\rho_0 H}{\beta |\sin \gamma|}$.

Największe przeciążenie nie zależy od β : masa i kształt decydują tylko o wysokości, na której wystąpi.

Odpowiedź na pytanie z prologu: obie mają takie samo największe przeciążenie. Lekka sonda (małe β) hamuje wyżej, w rzadszym powietrzu, ciężka niżej, w gęstszym; w obu przypadkach opór zabiera energię w tej samej skali wysokości H . Przy 7 km/s i $\gamma = 30^\circ$ to 63,8 g na wysokości 21 km ($\beta = 1000 \text{ kg/m}^2$); symulacja z grawitacją daje 67,9 g na 20,4 km. Dla wejścia z orbity pod kątem $1,5^\circ$ wzór zawodzi (tor nie jest prostą), a symulacja daje ok. 8,5 g: tyle doznaje załoga kapsuły Sojuz przy awaryjnym wejściu balistycznym.

SYMULACJA 1 Wejście w atmosferę Ziemi albo Marsa (atmosfera wykładnicza, płaski tor nad kulistą planetą). Lewy panel: wysokość od prędkości (czerwony punkt: największe przeciążenie, zielony: największe nagrzewanie). Prawy: przeciążenie i strumień ciepła w czasie. Porównaj różne β przy tym samym kącie i dodaj siłę nośną.



— wysokość od prędkości — przeciążenie [g] — strumień ciepła w punkcie przy nosie [W/cm²]

największe przeciążenie 8,5 g na 42 km

największy strumień ciepła 114 W/cm² na 55 km

ciepło całkowite 15,0 kJ/cm²

czas 506 s

prędkość na wysokości 10 km 150 m/s

Allen–Eggers (bez grawitacji) 4,1 g

Przy płaskim wejściu wzór Allena–Eggersa (4,1 g) jest tylko szacunkiem: grawitacja zakrzywia tor (przy prędkości poniżej kołowej w dół, powyżej w górę), więc kąt w czasie hamowania różni się od kąta wejścia. Zmień β : przeciążenie prawie się nie zmienia, przesuwa się tylko wysokość hamowania.

Stan na rysunku: Ziemia, $v_E = 7,8$ km/s, $\gamma = 1,5^\circ$, $\beta = 300$ kg/m², $L/D = 0,00$, nos 1,00 m; atmosfera wykładnicza ($H = 7,2$ km), ciepło ze wzoru Suttona–Gravesa.

ZADANIA · CZĘŚĆ 2

3 zadania · ok. 25 min

1 Głowica wchodzi w atmosferę z 7 km/s pod kątem 30° . Policz największe opóźnienie i prędkość, przy której występuje.

2 Wyprowadź, że największe opóźnienie występuje przy $v = v_E e^{-1/2}$.

- 3 Na jakiej wysokości wystąpi największe opóźnienie dla $\beta = 300$ i $\beta = 3000 \text{ kg/m}^2$ przy $\gamma = 30^\circ$?

▣▣ podstawowe ▣▣▣ średnie ▣▣▣▣ feynmanowskie

3 Nagrzewanie i kształt osłony

Strumień ciepła w punkcie na przedzie osłony (punkcie spiętrzenia) dobrze przybliża wzór Suttona-Gravesa:

$$\dot{q} = k \sqrt{\frac{\rho}{R_n}} v^3, \quad k \approx 1,74 \cdot 10^{-4} \text{ (Ziemia, jednostki SI),}$$

gdzie R_n to promień krzywizny nosa. Trzy wnioski. Ciepło rośnie jak v^3 , więc powrót z Księżyca (11 km/s) jest dużo gorętszy niż z orbity. Największe nagrzewanie występuje wcześniej niż największe przeciążenie, przy $v \approx v_E e^{-1/6} = 0,85 v_E$ (w modelu balistycznym). I najważniejsze: $\dot{q} \propto 1/\sqrt{R_n}$. Ostry nos o promieniu 5 cm przy wejściu z orbity pod kątem 3° dostaje w modelu 650 W/cm², tępa osłona o promieniu 3 m tylko 84 W/cm². Tępa osłona wytwarza silną, odsuniętą falę uderzeniową, w której ciepło zostaje w powietrzu.

Całkowite ciepło, które osłona musi przyjąć, to całka $Q = \int \dot{q} dt$ (dla wejścia z orbity ok. 10–20 kJ/cm²). Osłony ablacyjne (np. z żywicy fenolowej z włóknem) odparowują i zabierają ciepło ze sobą; osłony wielokrotnego użytku (płytki promu kosmicznego) wypromieniowują je.

ZADANIA · CZĘŚĆ 3

3 zadania · ok. 25 min

- 1 Ile razy większy jest strumień ciepła przy 11 km/s niż przy 7,8 km/s, przy tej samej gęstości i tym samym promieniu nosa?
- 2 Promień nosa zwiększa się z 5 cm do 3 m. Ile razy maleje strumień ciepła?
- 3 Wyprowadź z modelu Allena-Eggersa, że największy strumień ciepła występuje przy $v = v_E e^{-1/6}$.

▣▣ podstawowe ▣▣▣ średnie ▣▣▣▣ feynmanowskie

Wejście z siłą nośną i korytarz wejścia

Kapsuła z przesuniętym środkiem ciężkości leci pod niewielkim kątem natarcia i ma doskonałość $L/D \approx 0,3$; prom kosmiczny miał przy dużych prędkościach ok. 1. Siła nośna skierowana w górę spłaszcza tor: statek dłużej leci w rzadkiej atmosferze i hamuje łagodniej. W symulacji wejście z orbity pod kątem $1,5^\circ$ ($\beta = 300$): balistycznie 8,5 g, z $L/D = 0,3$ (cała siła nośna w górę) 2,5 g. Cena: wejście trwa 840 s zamiast 510 s i całkowite ciepło rośnie z 15 do 22 kJ/cm².

Kierunkiem siły nośnej steruje się obrotem kapsuły wokół osi prędkości (kąt przechylenia): siła nośna w górę, w dół albo w bok. Tak kapsuła trafia w miejsce lądowania z dokładnością kilku kilometrów. Przy powrocie z Księżyca istnieje **korytarz wejścia**: za płasko i statek odbija się od atmosfery (przy prędkości większej od kołowej może nie wrócić), za stromo i przeciążenia oraz ciepło przekraczają granice. W modelu (11 km/s, $\beta = 350$): przy $5,5^\circ$ balistyczne wejście daje 6,7 g, przy $7,5^\circ$ już 26 g; z pełną siłą nośną w górę i $L/D = 0,3$ statek przy $5,5^\circ$ i $6,5^\circ$ wylatuje z atmosfery. Szerokość korytarza to ok. 2° kąta wejścia, co na wysokości 120 km oznacza trafienie w okno szerokie na kilkadziesiąt kilometrów, z odległości 400 000 km.

ZADANIA · CZĘŚĆ 4

3 zadania · ok. 25 min

- 1 Dlaczego siła nośna zmniejsza przeciążenie, a zwiększa całkowite ciepło?

- 2 W symulacji ustaw 11 km/s, $\beta = 350$ i $L/D = 0,3$. Znajdź najmniejszy kąt wejścia, przy którym statek nie wylatuje z atmosfery. Ile wynosi wtedy przeciążenie?

- 3 Kapsuła ma $L/D = 0,3$. O ile kilometrów może przesunąć miejsce lądowania w bok, jeśli przez 200 s lotu z prędkością ok. 6 km/s cała siła nośna działa w bok? Przyjmij średnie przeciążenie od oporu 2 g.


 podstawowe  średnie  feynmanowskie

Mars: rzadka atmosfera

Atmosfera Marsa ma przy powierzchni gęstość ok. 0,02 kg/m³ (1,6% ziemskiej), ale większą wysokość skali (ok. 11 km). Lądownik wchodzi z prędkością 5,5–6 km/s. Problem jest odwrotny niż na Ziemi: atmosfera jest za rzadka, żeby wyhamować ciężki statek przed powierzchnią. W modelu sonda o $\beta = 100$ kg/m² wchodząca z 5,8 km/s pod kątem 12° ma przeciążenie ok. 7 g i na wysokości 10 km leci jeszcze ok. 500 m/s; pod kątem 15° ok. 700 m/s. Stąd spadochrony naddźwiękowe, a dla cięższych lądowników silniki hamujące i dźwig na linach (łazik Curiosity, 2012). Lądowanie ludzi na Marsie wymaga statków o masie dziesiątek ton, dla których obecne techniki nie wystarczają.

- 1 Na jakiej wysokości nad Marsem lądownik o $\beta = 100 \text{ kg/m}^2$ ma największe opóźnienie przy $\gamma = 15^\circ$ (Allen–Eggers)? Porównaj z Ziemią przy tym samym β i kącie.
- 2 Dlaczego ciężkie lądowniki marsjańskie trudno hamować atmosferą, skoro maksymalne przeciążenie nie zależy od β ?

▀▀▀ podstawowe ▀▀▀ średnie ▀▀▀ feynmanowskie

☰ METODA: WSTĘPNA ANALIZA WEJŚCIA

1. **Prędkość i kąt na granicy atmosfery z orbity** (vis-viva, lekcja 1).
2. **Allen-Eggers:** $a_{\max}$, h^* ; przy płaskich wejściach tylko jako górna granica.
3. **Nagrzewanie:** Sutton-Graves, $\dot{q}_{\max}$ i Q ; promień nosa jak największy.
4. **Siła nośna i korytarz:** symulacja z grawitacją i krzywizną; zakres kątów między odbiciem a przekroczeniem granic.
5. **Sprawdzenie:** bilans energii: $\frac{1}{2}v_E^2 + gh_E \approx$ całka pracy oporu.

Przykład 6.1

Głowica a kapsuła

Porównaj stromą głowicę (7 km/s , 30° , $\beta = 1000$) z kapsułą wracającą z orbity ($7,8 \text{ km/s}$, $1,5^\circ$, $\beta = 300$).

1. Głowica: Allen-Eggers 64 g na 21 km; symulacja 68 g na 20 km.
2. Kapsuła: Allen-Eggers dla $1,5^\circ$ dałby 4,1 g, ale tor nie jest prostą; symulacja: 8,5 g na 42 km.
3. Różnica: przy płaskim wejściu grawitacja zakrzywia tor w dół i kąt rośnie w trakcie hamowania.

Wynik: głowica 68 g (dla ludzi zabójcze), kapsuła balistycznie ok. 8,5 g.

Sprawdzenie: dla stromego wejścia model zgadza się z symulacją do 6%; dla płaskiego trzeba symulacji ✓.

Przykład 6.2

Siła nośna w kapsule

Kapsuła z orbity ($1,5^\circ$, $\beta = 300$) ma $L/D = 0,3$. Jak zmieniają się przeciążenie, nagrzewanie i czas?

- 1 Bez siły nośnej: 8,5 g, 114 W/cm², 15 kJ/cm², 506 s.
- 2 Z siłą nośną w górę: 2,5 g, 76 W/cm², 22 kJ/cm², 839 s.

Wynik: przeciążenie trzy razy mniejsze, strumień ciepła o jedną trzecią mniejszy, całkowite ciepło o połowę większe.

Sprawdzenie: zgodnie z częścią 4: łagodniej, ale dłużej ✓.

Przykład 6.3

Korytarz powrotu z Księżyca

Statek wraca z 11 km/s, $\beta = 350$. Zbadaj w modelu balistycznym kąty $5,5^\circ$ – $7,5^\circ$.

- 1 $5,5^\circ$: 6,7 g, 295 W/cm²; $6,5^\circ$: 17 g, 446 W/cm²; $7,5^\circ$: 26 g, 537 W/cm².
- 2 Przeciążenie rośnie szybko z kątem; granica dla załogi (np. 12 g przez krótki czas) wypada przy ok. 6° .
- 3 Przy płaskich kątach i z siłą nośną w górę statek odbija się od atmosfery.

Wynik: korytarz ma szerokość rzędu 1 – 2° ; siła nośna sterowana przechyleniem go poszerza.

Sprawdzenie: Allen–Eggers dla $6,5^\circ$ daje 36 g, symulacja 17 g. Przy prędkości większej od kołowej człon $v^2/r - g$ jest dodatni i tor w atmosferze najpierw się spłaszcza, więc w czasie hamowania kąt jest mniejszy niż na wejściu; prosty tor przeszacowuje przeciążenie. Przy wejściu z niskiej orbity jest odwrotnie (przykład 6.1) ✓.

Błędne intuicje, których trzeba się oduczyć

× „Statek nagrzewa się od tarcia o powietrze.”

Głównie od sprężenia powietrza w fali uderzeniowej przed osłoną; tarcie na bokach jest mniej ważne.

× „Ostry kształt lepiej przecina atmosferę.”

Ostry nos dostaje dużo więcej ciepła ($\dot{q} \propto 1/\sqrt{R_n}$); tępa osłona zostawia ciepło w powietrzu.

× „Cięższa kapsuła ma większe przeciążenie.”

W modelu balistycznym największe przeciążenie zależy tylko od prędkości i kąta; masa zmienia wysokość hamowania.

× „Wejście płaskie jest zawsze bezpieczniejsze.”

Za płaskie grozi odbiciem od atmosfery i większym całkowitym ciepłem; istnieje korytarz.

× „Na Marsie wystarczy spadochron.”

Atmosfera jest za rzadka: spadochron hamuje do ok. 100 m/s, resztę muszą zrobić silniki.

Zadania do przemyślenia

Te zadania wymagają więcej myślenia niż liczenia.

ZADANIA DO PRZEMYŚLENIA

5 zadań · ok. 1,5 godziny

1  **Gdzie idzie energia?** Kapsuła o masie 3 t traci przy wejściu z orbity ok. $\frac{1}{2}mv^2$. Ile to energii i jaka jej część trafia do osłony, jeśli osłona przyjmuje 15 kJ/cm² na 3,8 m²?

2  **Odbicie od atmosfery.** Dlaczego statek wracający z prędkością większą od kołowej może „odbić się” od atmosfery, a wracający z orbity niskiej nie bardzo?

- 3 **Hamowanie aerodynamiczne zamiast silnika.** Sonda przylatuje do Marsa z $v_\infty = 2,7$ km/s. Jaki zysk daje wejście na orbitę przez jedno przejście przez atmosferę (aerocapture) i jakie są ryzyka?
- 4 **Wykres $h-v$.** Dlaczego na wykresie wysokości od prędkości (lewy panel symulacji) tory dla różnych kątów prawie się pokrywają na początku i rozchodzą później?
- 5 **Granice modelu.** Wymień trzy rzeczy, które model z tej lekcji pomija, a które są ważne przy projektowaniu osłony.

▮▮▮ podstawowe ▮▮▮ średnie ▮▮▮ feynmanowskie

9 Sprawdź się

Odpowiedz w myślach, zanim rozwiniesz odpowiedź.

- 1 **Wzór Allena-Eggersa na największe opóźnienie?**

$$a_{\max} = v_E^2 \sin \gamma / (2eH), \text{ przy } v = 0,61 v_E.$$

- 2 **Od czego zależy wysokość największego hamowania?**

$$h^* = H \ln(\rho_0 H / (\beta \sin \gamma)): \text{ od } \beta \text{ i kąta.}$$

- 3 **Jak strumień ciepła zależy od prędkości i promienia nosa?**

$$\dot{q} \propto \sqrt{\rho/R_n} v^3.$$

- 4 **Po co siła nośna?**

Zmniejsza przeciążenie (dłuższe hamowanie wyżej) i pozwala sterować miejscem lądowania.

- 5 **Co to jest korytarz wejścia?**

Zakres kątów między odbiciem od atmosfery a przekroczeniem granic przeciążenia i ciepła.

6 Czym różni się wejście na Marsa?

Rzadka atmosfera: hamowanie kończy się nisko, potrzebne spadochrony i silniki.

WEJŚCIE BALISTYCZNE

$$\beta = m/(C_D A), \quad D/m = \rho v^2/(2\beta), \quad \rho = \rho_0 e^{-h/H}$$

$$v = v_E \exp\left(-\frac{\rho_0 H}{2\beta \sin \gamma} e^{-h/H}\right)$$

$$a_{\max} = \frac{v_E^2 \sin \gamma}{2eH} \text{ przy } v = 0,61v_E$$

$$h^* = H \ln \frac{\rho_0 H}{\beta \sin \gamma}$$

CIEPŁO I SIŁA NOŚNA

$$\dot{q} = k\sqrt{\rho/R_n} v^3, \quad k \approx 1,74 \cdot 10^{-4} \text{ (Ziemia)}$$

szczyt nagrzewania przy $v = 0,85v_E$

$$v\dot{\gamma} = L/m - (g - v^2/r) \cos \gamma$$

Ziemia $H \approx 7,2 \text{ km}$; Mars $\rho_0 \approx 0,02$, $H \approx 11 \text{ km}$

Do przeczytania

- **Obowiązkowo:** C. A. Kluever, *Space Flight Dynamics*, rozdz. 11 (wejście w atmosferę: balistyczne, z siłą nośną, nagrzewanie); U. Walter, *Astronautics*, rozdz. o wejściu w atmosferę.
- **Dla chętnych:** H. J. Allen, A. J. Eggers, *A Study of the Motion and Aerodynamic Heating of Ballistic Missiles Entering the Earth's Atmosphere at High Supersonic Speeds*, NACA Report 1381 (1958): krótki, czytelny oryginał.

Ta lekcja zamyka część o orbitach i podróżach. Ostatnia część kursu zajmuje się orientacją: satelita musi patrzeć antenami na Ziemię, panelami na Słońce, teleskopem na gwiazdę. Najpierw zobaczymy, jak satelita zachowuje się bez żadnego sterowania: wirując, z kołem zamachowym albo stabilizowany gradientem grawitacji.



Odpowiedzi

Zadania · część 1

1. $A = \pi \cdot 1,1^2 = 3,80 \text{ m}^2$, $\beta = 3000/(1,3 \cdot 3,80) = 607 \text{ kg/m}^2$.
2. $\rho = 1,225e^{-60/7,2} = 2,94 \cdot 10^{-4} \text{ kg/m}^3$; $D/m = 2,94 \cdot 10^{-4} \cdot 4,9 \cdot 10^7 / 600 = 24 \text{ m/s}^2$, ok. 2,5 g.
3. To przyspieszenie dośrodkowe wynikające z krzywizny planety (tor zakrzywia się razem z powierzchnią). Przy $v^2/r = g$, czyli prędkości kołowej, grawitacja i „odśrodkowość” się znoszą: statek leci równolegle do powierzchni bez opadania. Dlatego na początku wejścia z orbity kąt toru zmienia się powoli, a dopiero gdy opór zabierze prędkość, tor zaczyna stromo opadać.

Zadania · część 2

1. $a_{\max} = 49 \cdot 10^6 \cdot 0,5/(2 \cdot 2,718 \cdot 7200) = 626 \text{ m/s}^2 = 64 \text{ g}$, przy $v = 0,61 \cdot 7 = 4,25 \text{ km/s}$.
2. Oznaczmy $x = \frac{\rho_0 H}{2\beta \sin \gamma} e^{-h/H}$; wtedy $v = v_E e^{-x}$ i $D/m = \frac{\rho v^2}{2\beta} = \frac{\sin \gamma}{H} x v_E^2 e^{-2x}$. Funkcja $x e^{-2x}$ ma maksimum przy $x = 1/2$, czyli $v = v_E e^{-1/2}$, i wartość $\frac{1}{2e}$: stąd $a_{\max} = v_E^2 \sin \gamma / (2eH)$.
3. $h^* = H \ln(\rho_0 H / (\beta \sin \gamma))$: dla 300: $7,2 \ln(1,225 \cdot 7200 / 150) = 7,2 \ln 58,8 = 29,3 \text{ km}$; dla 3000: $7,2 \ln 5,88 = 12,8 \text{ km}$. Dziesięciokrotnie większe β obniża ten punkt o $H \ln 10 = 16,6 \text{ km}$.

Zadania · część 3

1. $(11/7,8)^3 = 2,8$ raza. Dlatego kapsuły księżycowe miały grubsze osłony niż orbitalne.
2. $\sqrt{3/0,05} = 7,7$ raza (symulacja: 650 i 84 W/cm²).
3. $\dot{q} \propto \sqrt{\rho} v^3$. Z oznaczeniami z zadania 2.2: $\rho \propto x$, $v = v_E e^{-x}$, więc $\dot{q} \propto \sqrt{x} e^{-3x}$. Pochodna $\frac{1}{2\sqrt{x}} e^{-3x} - 3\sqrt{x} e^{-3x} = 0$ daje $x = 1/6$, czyli $v = v_E e^{-1/6} = 0,85 v_E$: nagrzewanie szczytuje wyżej i wcześniej niż przeciążenie.

Zadania · część 4

1. Siła nośna utrzymuje statek wyżej, w rzadszym powietrzu: opór (przeciążenie) jest mniejszy, ale energię trzeba wytracić tę samą, więc hamowanie trwa dłużej. Całkowite ciepło to całka strumienia po czasie: mniejszy strumień przez dłuższy czas daje zwykle większą sumę. Osłona musi być grubsza, choć „łagodniejsza” dla załogi.
2. W modelu ok. 7,1° (przy 7,0° jeszcze wylatuje, przy 7,2° zostaje, z przeciążeniem ok. 11 g). W rzeczywistości kapsuły nie lecą z siłą nośną stale w górę: kąt przechylenia zmienia się w czasie (np. siła nośna najpierw w dół, żeby nie odbić, potem w górę), co pozwala wejść płasko i zmieścić się w kilku g.
3. Przyspieszenie boczne $0,3 \cdot 2g = 5,9 \text{ m/s}^2$. Przesunięcie $\frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} \cdot 5,9 \cdot 200^2 = 118 \text{ km}$ (zgrubnie; prędkość maleje, więc mniej). Rzząd wielkości: dziesiątki do ponad stu kilometrów: tyle wystarcza, żeby trafić w wybrany rejon.

Zadania · część 5

1. Mars: $11,1 \ln(0,02 \cdot 11\,100 / (100 \cdot 0,259)) = 11,1 \ln 8,57 = 23,9 \text{ km}$. Ziemia: $7,2 \ln(1,225 \cdot 7200 / 25,9) = 7,2 \ln 341 = 42,0 \text{ km}$. Na Marsie hamowanie kończy się dużo bliżej powierzchni, a teren ma góry

wysokie na ponad 20 km.

2. Przeciążenie jest takie samo, ale wysokość, na której hamowanie się odbywa, maleje z β (o $H \ln 10 \approx 26$ km na dziesięciokrotny wzrost β). Przy dużym β punkt największego hamowania wypada poniżej powierzchni Marsa: statek uderza z prędkością naddźwiękową. Ratunkiem są lekkie, duże osłony (małe β), rozkładane osłony, silniki hamujące od dużych prędkości.

Zadania do przemyślenia

1. $\frac{1}{2} \cdot 3000 \cdot 7800^2 = 9,1 \cdot 10^{10}$ J (plus energia potencjalna 120 km: $3,5 \cdot 10^9$ J).
2. Osłona: $15 \cdot 10^3 \cdot 10^4 \text{ J/m}^2 \cdot 3,8 \text{ m}^2 = 5,7 \cdot 10^8$ J, czyli ok. 0,6%. Prawie cała energia idzie w powietrze; to jest istota tępej osłony.
2. 1. W równaniu na $\dot{\gamma}$ człon $(v^2/r - g) \cos \gamma$ jest dodatni, gdy v jest większe od kołowej: tor sam się wznosi. Dodana siła nośna w górę może wyprowadzić statek z atmosfery, zanim opór zmniejszy prędkość poniżej kołowej.
2. Przy powrocie z niskiej orbity prędkość jest już kołowa i spada: człon zmienia znak, tor zakrzywia się w dół. Odbicie wymaga dużej siły nośnej.
3. 1. Wejście na orbitę silnikiem kosztuje 0,9–2,1 km/s (lekcja 7), czyli 25–50% masy sondy w paliwie. Aerocapture zastępuje to osłoną (zwykle kilkanaście procent masy) i niewielką korektą po wyjściu z atmosfery.
2. Ryzyko: korytarz jest wąski, gęstość atmosfery Marsa zmienia się z porą roku i burzami pyłowymi; za głęboko i sonda spadnie, za płytko i ucieknie. Potrzebne jest sterowanie siłą nośną w czasie przelotu.
4. 1. Na górze opór jest mały: prędkość prawie się nie zmienia, a tor zależy od kąta tylko przez tempo schodzenia w dół; na wykresie $h-v$ wszystkie zaczynają się pionową linią przy v_E .
2. Hamowanie zaczyna się tam, gdzie $\rho/(\beta \sin \gamma)$ osiąga pewną wartość: strome wejście hamuje niżej. Krzywe rozchodzą się w pasie wysokości o szerokości kilku H , zgodnie ze wzorem na h^* .
5. 1. Rzeczywista atmosfera (gęstość różni się od wykładniczej o dziesiątki procent, zależy od pory roku i aktywności Słońca) i chemia gorącego powietrza (dysocjacja, jonizacja, promieniowanie gazu przy prędkościach powyżej ok. 10 km/s).
2. Ablacja: osłona zmienia kształt i masę, gazy z ablacji osłaniają powierzchnię.
3. Rozkład ciepła na całej osłonie (nie tylko w punkcie śpiętrzenia), przepływ turbulentny na krawędziach, stabilność i dynamika orientacji kapsuły.

Astronautyka · Lekcja 10: Wejście w atmosferę · Źródła: C. A. Kluever, *Space Flight Dynamics* (Wiley, rozdz. 11); U. Walter, *Astronautics* (Springer, rozdz. o wejściu w atmosferę); H. J. Allen, A. J. Eggers, NACA Report 1381 (1958). Model: atmosfera wykładnicza, ciepło ze wzoru Suttona–Gravesa. Wszystkie liczby policzone na nowo (tools/verify/a10.py).